MŰEGYETEM 1782

TÁJÉKOZTATÓ A BME TERMÉSZETTUDOMÁNYI KARÁRA

ALKALMAZOTT MATEMATIKUS MESTERSZAKRA

FELVÉTELT NYERT HALLGATÓK SZÁMÁRA

2013

Tartalomjegyzék

Kedves Alkalmazott Matematikus Hallgató!

Szeretettel köszöntöm abból az alkalomból, hogy a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem (BME vagy népszerű nevén a Műegyetem) polgára lett. Külön örülök annak, hogy tanulmányaihoz a Természettudományi Kart választotta, hiszen hosszú évek óta nagy hangsúlyt fektetünk arra, hogy a tőlünk kikerülő hallgatók világszínvonalú tudással bárhol megállják a helyüket és itthon vagy akár külföldön öregbítsék országunk jó hírét. Nemzetközi hírű professzorainkkal, kutatásban és oktatásban kiterjedt tapasztalatokkal rendelkező tanártársaimmal arra törekszünk, hogy Önnel együttműködve, közös erőfeszítéssel, a tudása mélyüljön, látóköre szélesedjen és képzése során sok hasznos ismeretre tegyen szert. A karhoz tartozó oktatási egységek igen sok külföldi egyetemmel alakítottak ki élénk és nagyon eredményes oktatási és kutatási együttműködést. Ennek révén a magasabb évfolyamos hallgatók egy részének lehetőséget nyújtunk arra, hogy tanulmányaik bizonyos szakaszát külföldi egyetemeken folytathassák.

Célunk, hogy amikor majd kézhez veszi MSc diplomáját, az elhelyezkedés ne jelenthessen gondot és olyan munkát választhasson, ami nemcsak biztos megélhetést nyújt, hanem érdeklődésének megfelelő is.

Az Alkalmazott matematikus mesterképzés még viszonylag új a Műegyetemen, de a korábbi osztatlan képzésben, matematikus szakunkon a kilencvenes évek közepe óta folyik képzés a Természettudományi Karon, kiváló eredménnyel. Eddigi tapasztalataink szerint a hallgatóink érdeklődőek és teljesítményorientáltak. Kívánjuk, hogy minél inkább járuljon hozzá ahhoz, hogy hallgatótársai között kialakuljon az egymást segítés és egymással versengés egyensúlya.

Az egyetemi évek mindenki életében meghatározóak, nemcsak a megszerzett ismeretanyag tekintetében – hiszen manapság a tanulás egy életre szóló program –, hanem az egyetemi életben való részvétel, az itt létrejövő személyes kapcsolatok és az itt kialakuló tudományos szemlélet miatt is. Arra biztatom, hogy használja ki jól a BME nyújtotta lehetőségeket! Tájékozódjék, keresse a kapcsolatokat a felsőbb éves hallgatókkal, professzoraival és tanáraival! Nem fog csalódni, ha esetleges problémáival hozzájuk fordul.

Most azonban nem a problémák, hanem az öröm perceit éljük: örülünk, hogy csatlakozott hozzánk, a felvételéhez szívből gratulálok!

DR. PIPEK JÁNOS
dékán

TÁJÉKOZTATÓ AZ ALKALMAZOTT MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSRŐL

Miért ajánljuk a Műegyetem Alkalmazott matematikus képzését?

A világ rangos műszaki egyetemeinek gyakorlatát követve és saját jó hagyományát feleleveNítve, a Műegyetem Természet- és Társadalomtudományi Kara – az 1998-ban alakult Természettudományi Kar jogelődje – 1997-ben beindította a matematikus képzést. A képzést a Kar Matematika Intézete gondozza.

Olyan szakembereket képzünk, akik érzékenyek a gyakorlati problémák iránt és képesek alkotó módon felhasználni ismereteiket; akik, amellett, hogy a matematika elvont területein otthonosan mozognak, kommunikálni és együttműködni tudnak más szakmák képviselőivel is. Az egyesült Európához tartozó, fejlődő magyar gazdaságnak nagy szüksége van ilyen szakemberekre.
Matematikus képzésünk szervesen illeszkedik a BME-n folyó alkalmazás-orientált tudományos képzés széles spektrumába, mely a klasszikus mérnökképzés mellett felölel olyan matematikaigényes új területeket is, mint az informatika, közgazdaságtudomány, anyagtudomány, gazdasági tervezéselemzés, műszaki management, rendszerelmélet stb.
Az első három félévben a matematika alapismereteinek elsajátítása folyik. Ezt követően hallgatóink két szakirány közül választhatnak. A matematika alapszak főbb tanulmányterületei: algebra, analízis, geometria, informatika, numerikus módszerek, valószínűségszámítás és statisztika, fizika, gazdasági és humán ismeretek, szakirány tárgyak.

A matematikai **modellalkotás** és **elemzés** egyre inkább szerves részét képezi a műszaki, gazdasági és természettudományos tevékenység kreatív ágainak. E tevékenység jól képzett, invenciózus, mozgékony elméjű fiatal matematikusokat igényel. Az ilyen szakemberek iránti társadalmi igény látványosan növekszik.

A képzést döntően a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Természettudományi Karának Matematika Intézete fogja tartani, amely a következő 5 tanszékből áll:

Algebra Tanszék,
Analízis Tanszék,
Differenciálegyenletek Tanszék,
Geometria Tanszék,
Sztochasztika Tanszék.

A szak oktatásában a Matematika Intézet együttműködik a Villamosmérnöki és Informatikai Kar Számítástudományi és Információelméleti Tanszékével. A fent említett tanszékek a nevüknek megfelelő tudományterületek szerint szerveződtek. A legtöbb tanszék élén nemzetközileg is elismert, kimagasló tudományos teljesítményt nyújtó professzorok állnak. A vezetésük alatt álló tanszéken folyó kutatási munka a hazai és nemzetközi tudományos élet elismert központja. Kitűnő, és az utóbbi időben kétoldalú együttműködési szerződéssel szabályozott oktatási és kutatási kapcsolataink vannak a hozzánk tematikusan közel álló akadémiai intézetekkel (MTA Rényi Intézet, MTA SZTAKI).

A bolognai rendszerre való áttéréskor nagy hangsúlyt helyeztünk arra, hogy az osztatlan képzésben elért eredményeinket, jól bevált tantárgyainkat megőrizzük, és eközben kihasználjuk az új, többciklusú oktatási rendszer előnyeit is. Azokat az alapképzést befejező tehetséges hallgatókat várjuk az **alkalmazott matematikus mesterszakra,** akik nagy elhivatottságot éreznek a matematika művelése iránt.

Az **alkalmazott matematikus mesterszak** keretében igyekeszünk kihasználni a Műegyetem adta lehetőségeket, hogy hallgatóink betekintést nyerjenek a műszaki és gazdasági alkalmazásokba. Erre szolgálnak például olyan tárgyaink, mint a *Témalabor,* a *Matematikai modellalkotás* stb. A BME-n természetes módon adott az a tudományos és alkalmazási háttér, mely az alkalmazott matematikus szakhoz alapvetően szükséges. A képzésen belül az **Alkalmazott analízis,** az **Operációkutatás,** a **Pénzügy-matematika** és a **Sztochasztika** szakirányokra lehet specializálódni.

A szakra vonatkozó szabályozásokat (pl. a záróvizsga letételének feltételeit, a diplomamunka elkészítését) a szak **tanrendje** tartalmazza. Az ütemes előrehaladás garanciája, ha a hallgatók a **mintatanterv** szerint veszik fel a tantárgyakat. Az egyes tantárgyak felvételéhez szükséges kötelező előismereteket az **előtanulmányi rend** tartalmazza. *Felhívjuk a figyelmet, hogy a következő információk tájékoztató jellegűek.* Kisebb kiigazító módosítások, kiegészítések a Hallgatói Képviselet, a Matematikus Szakbizottság és a Kari Tanács egyetértésével a tanulmányok során előfordulhatnak. A dokumentumok mindenkor aktuális változata a kar honlapján, a http://www.ttk.bme.hu címen olvasható.

AZ ALKALMAZOTT MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉSI SZAK MINTATANTERVE

Az alábbi első táblázat az **elméleti alapozás** tárgykínálatát mutatja be. A felkínált tárgyak össz kreditszáma természetesen lényegesen meghaladja az előírásokat. Ennek oka az, hogy módot adunk a különböző háttérrel és különböző ismeretekkel (illetve, ismeret-hiánnyal) érkező hallgatóknak arra, hogy kiválaszthassák a specifikus hiányaikat megfelelően pótló tárgyakat. A felkínált tárgyak – az általánosan elfogadott gyakorlatnak megfelelően – a BSc képzésünkben szereplőek. Ennek megfelelően: a saját, és más *magas színvonalú egyetemi* BSc képzést abszolváló hallgatóknak nem (vagy csak minimális mértékben) kell „elméleti alapozás” jellegű tárgyakat felvenniük. Az ilyen módon felszabaduló kredit-keretüket választható szakmai tárgyakkal töltik fel. Mivel az elméleti alapozás tárgyait (ritka és indokolt kivételektől eltekintve) az MSc tanulmányok első két félévében kell teljesíteni, a tantervi hálóban (mintatantervben) való elosztás csak tavaszi és őszi félév között történik. A tárgyak beosztása őszi/tavaszi félévre megfelel a BSc képzésünkben elfoglalt jelenlegi helyüknek. Ez a későbbi tapasztalatok alapján ésszerű keretek között változhat.

Az ezután következő négy táblázat az Alkalmazott matematika MSc szak négy szakirányának – **Alkalmazott analízis, Operációkutatás, Pénzügy-matematika** és **Sztochasztika** – tantervi hálóját (mintatantervét) tartalmazza.

Megjegyzés a félévenkénti vizsgák számáról:

A BME TVSZ előírja, hogy a hallgatóknak félévenként maximum 4 vizsgát lehet kötelezően teljesítendőként előírni. Az alábbi mintatantervek ennek figyelembe vételével lettek összeállítva.

ELMÉLETI ALAPOZÁS TÁRGYKÍNÁLATA					kontaktóra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/2v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/3v**
Az alábbi tárgyak közül a hallgatónak szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit kell teljesítenie. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Algebra és számelmélet blokk					
Lineáris algebra	4/4/0/v/10				
Számelmélet		2/2/0/v/5			
Algebra 1	2/2/0/v/4				
Algebra 2		2/2/0/v/4			
Analízis blokk					
Analízis 1, 2	4/4/0/v/10	4/2/0/v/6			
Analízis 3	3/3/0/v/6				
Differenciálegyenletek		4/2/0/v/6			
Parciális differenciálegyenletek 1	2/0/0/v/3				
Funkcionálanalízis		4/2/0/v/6			
Numerikus módszerek 1	4/0/2/v/6				
Diszkrét matematika és számítástudomány blokk					
Kombinatorika és gráfelmélet 1,2	2/2/0/v/4	2/1/0/v/3			
Algoritmuselmélet	2/2/0/v/5				
Matematikai kriptográfia és kódelmélet		2/0/0/v/2			
Informatika 2		1/0/2/f/3			
Informatika 4	0/0/4/f/4				
Geometria blokk					
Geometria		4/2/0/v/6			
Differenciálgeometria 1	2/1/0/f/3				
Differenciálgeometria 2	2/0/0/v/3				
Operációkutatás és gazdasági matematika blokk					
Operációkutatás	2/2/0/f/4				
Optimalizálási modellek	0/0/2/f/2				
Makroökonómia / Mikroökonómia	2/0/0/f/2	2/0/0/f/2			
Közgazdasági és pénzügyi matematika		2/1/0/v/4			
Biztosításmatematika 1	2/0/0/v/3				
Sztochasztika blokk					
Valószínűségszámítás	2/2/0/v/4				
Matematikai statisztika		2/4/0/v/6			
Sztochasztikus folyamatok		2/2/0/v/6			
Ergodelmélet és dinamikai rendszerek		2/0/0/f/2			

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

ALKALMAZOTT ANALÍZIS SZAKIRÁNY					kontakt óra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/2v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/3v**
Az elméleti alapozés tárgyai közül (lásd: első táblázat) a hallgatónak szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit kell teljesítenie. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/1v**	**8/10/1v**	**8/10/1v**	**4/5/0v**	**24/30/3v**
*Az alábbi 12 tárgyból legalább 6-ot kell teljesíteni. A tárgyakat oly módon kell kiválasztani, hogy az Algoritmuselmélet [1], Alkalmazott analízis [2], Diszkrét matematika [3], Operációkutatás [4], Sztochasztika [5] tematikus csoportok közül 4-et lefedjenek. A *-gal megjelölt tárgyakat az Alkalmazott analízis szakirány hallgatóinak kötelezően fel kell venniük.*					
Globális optimalizálás [1, 4]				3/1/0/f/5	
Lineáris programozás [1, 4]			3/1/0/v/5		
Elméleti számítástudomány [1, 3]		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika [3]	3/1/0/v/5				
Dinamikai rendszerek* [2]		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok* [2]	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2* [2]		3/1/0/f/5			
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai [5]			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet [5]		3/1/0/f/5			
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Szakirány tárgyak	**10/10/1v**	**8/9/1v**	**10/11/2v**	**8/10/2v**	**36/40/6v**
*A **-gal és ***-gal megjelölt tárgyakból a szakirány hallgatóinak egyet-egyet kell felvenniük.*					
Matematikai perkolációelmélet ***				2/0/0/f/3	
A klasszikus mechanika matematikai módszerei		2/0/0/f/2			
Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek				2/0/2/v/5	
Vektorterek a fizikában	2/0/0/f/2				
Mátrixanalízis			2/0/0/v/3		
Matematikai kémia**				2/0/2/v/5	
Operátorelmélet	3/1/0/v/5				
Potenciálelmélet***				2/0/0/f/3	
Inverz szórási feladatok			2/0/0/v/3		
A klasszikus mezőelméletek geometriája	2/0/0/f/2				
A statisztikus fizika matematikai módszerei		2/0/0/v/3			
Disztribúcióelmélet és Green-függvények				2/0/0/v/2	
Egyéb tárgyak					
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**0/0/0v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v3	3/0/0/v/3 2/0/0/f/2		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/1v**	**10/20/1v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/v/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/29/ 4v**	**25/30/ 4v**	**25/31/ 4v**	**20/30/ 3v**	**96/120/ 15v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

OPERÁCIÓKUTATÁS SZAKIRÁNY					kontakt óra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/1v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/2v**
Az elméleti alapozés tárgyai közül (lásd: első táblázat) a hallgatónak szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit kell teljesítenie. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/1v**	**8/10/1v**	**8/10/2v**	**4/5/0v**	**24/30/4v**
*Az alábbi 12 tárgyból legalább 6-ot kell teljesíteni. A tárgyakat oly módon kell kiválasztani, hogy az Algoritmuselmélet [1], Alkalmazott analízis [2], Diszkrét matematika [3], Operációkutatás [4], Sztochasztika [5] tematikus csoportok közül 4-et lefedjenek. A *-gal megjelölt tárgyakat az Operációkutatás szakirány hallgatóinak kötelezően fel kell venniük.*					
Globális optimalizálás* [1, 4]				3/1/0/f/5	
Lineáris programozás* [1, 4]			3/1/0/v/5		
Elméleti számítástudomány [1, 3]		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika [3]	3/1/0/v/5				
Dinamikai rendszerek [2]		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok [2]	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2 [2]		3/1/0/f/5			
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai [5]			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet* [5]		3/1/0/f/5			
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Szakirány tárgyak	**10/11/1v**	**8/9/1v**	**10/10/1v**	**8/10/2v**	**36/40/5v**
Nemlineáris programozás				3/1/0/v/5	
Kombinatorikus optimalizálás				3/1/0/v/5	
Sztochasztikus programozás	3/1/0/v/5				
Operációkutatási programrendszerek			0/0/2/f/2		
Irányítási rendszerek			2/0/0/v/3		
Bevezetés a közgazdasági dinamikába	3/1/0/v/5				
Játékelmélet	2/0/0/f/3				
Ökonometria	0/0/2/f/2				
Egyéb tárgyak					
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**0/0/0v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v3	3/0/0v/3 2/0/0f/2		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/1v**	**10/20/1v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/v/15	
ÖSSZESEN **óra / kredit / vizsgák száma**	**26/30/** **3v**	**25/30/** **4v**	**25/30/** **4v**	**20/30/** **3v**	**96/120/** **14v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

PÉNZÜGY-MATEMATIKA SZAKIRÁNY ANGOL NYELVEN					kontakt óra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**10/10/1v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**14/16/2v**
Az elméleti alapozés tárgyai közül (lásd: első táblázat) a hallgatónak szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit kell teljesítenie. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/1v**	**8/10/0v**	**8/10/2v**	**4/5/0v**	**24/30/3v**
*Az alábbi 12 tárgyból legalább 6-ot kell teljesíteni. A tárgyakat oly módon kell kiválasztani, hogy az Algoritmuselmélet [1], Alkalmazott analízis [2], Diszkrét matematika [3], Operációkutatás [4], Sztochasztika [5] tematikus csoportok közül 4-et lefedjenek. A *-gal megjelölt tárgyakat a Pénzügy-matematika szakirány hallgatóinak kötelezően fel kell venniük.*					
Globális optimalizálás [1, 4]				3/1/0/f/5	
Lineáris programozás* [1, 4]			3/1/0/v/5		
Elméleti számítástudomány [1, 3]		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika [3]	3/1/0/v/5				
Dinamikai rendszerek [2]		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok [2]	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2 [2]		3/1/0/f/5			
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai* [5]			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet* [5]		3/1/0/f/5			
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Szakirány tárgyak	**12/14/2v**	**8/9/1v**	**12/13/1v**	**8/10/1v**	**40/46/5v**
Statisztika					
Nemparaméteres statisztika	2/0/0/v/3				
Statisztikai programcsomagok 2	0/0/2/f/2				
Biostatisztika	0/2/0/f/3				
Sztochasztikus rendszerek					
Markov folyamatok és martingálok			3/1/0/v/5		
Sztochasztikus differenciálegyenletek				3/1/0/v/5	
Pénzügyi folyamatok				2/0/0/f/3	
Dinamikus programozás a pénzügyi matematikában	2/0/0/v/3				
Gazdaságtudományok					
Extrémérték elmélet		2/0/0/v/3			
Biztosítás matematika 2				2/0/0/f/2	
Többváltozós statisztika gazdasági alkalmazásokkal	2/0/0/f/2				
Közgazdasági idősorok elemzése		2/0/0/f/2			
Idősorelemzések pénzügyi alkalmazásokkal			2/0/0/f/3		
Egyéb					
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**2/3/0v**	**0/0/0v**	**7/8/1v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v/3	2/0/0/f/2		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/1v**	**10/20/1v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/v/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/30/ 4v**	**25/30/ 3v**	**24/31/ 3v**	**20/30/ 2v**	**95/120/ 12v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

SZTOCHASZTIKA SZAKIRÁNY ANGOL NYELVEN					kontakt óra per hét / kredit / vizsgák
	I.	II.	III.	IV.	
Elméleti alapozás	**12/14/1v**	**4/6/1v**	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**16/20/2v**
Az elméleti alapozés tárgyai közül (lásd: első táblázat) a hallgatónak szükség és oktatói előírás szerint maximum 20 kreditnyit kell teljesítenie. Azok a hallgatók, akiknek az alapozó tárgyakból 20-nál kevesebb kreditnyi teljesíteni valójuk van, a fennmaradó kredit-keretet választható szakmai tárgyakkal töltik ki.					
Szakmai törzsanyag	**4/5/0v**	**8/10/0v**	**8/10/1v**	**4/5/0v**	**24/30/1v**
*Az alábbi 12 tárgyból legalább 6-ot kell teljesíteni. A tárgyakat oly módon kell kiválasztani, hogy az Algoritmuselmélet [1], Alkalmazott analízis [2], Diszkrét matematika [3], Operációkutatás [4], Sztochasztika [5] tematikus csoportok közül 4-et lefedjenek. A *-gal megjelölt tárgyakat a Sztochasztika szakirány hallgatóinak kötelezően fel kell venniük.*					
Globális optimalizálás [1, 4]				3/1/0/f/5	
Lineáris programozás [1, 4]			3/1/0/v/5		
Elméleti számítástudomány [1, 3]		3/1/0/f/5			
Algebrai és általános kombinatorika [3]	3/1/0/v/5				
Dinamikai rendszerek [2]		3/1/0/v/5			
Fourier analízis és függvénysorok [2]	3/1/0/v/5				
Parciális differenciálegyenletek 2* [2]		3/1/0/f/5			
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai* [5]			3/1/0/v/5		
Statisztika és információelmélet* [5]		3/1/0/f/5			
Kommutatív algebra és algebrai geometria			3/1/0/f/5		
Reprezentáció elmélet				3/1/0/f/5	
Differenciálgeometria és topológia	3/1/0/v/5				
Szakirány tárgyak	**10/11/2v**	**8/9/1v**	**10/10/1v**	**8/10/1v**	**36/40/5v**
Statisztika					
Többváltozós statisztika.	3/1/0/v/5				
Nemparaméteres statisztika	2/0/0/v/3				
Statisztikai programcsomagok 2	0/0/2/f/2				
Sztochasztikus analízis					
Markov-folyamatok és martingálok			3/1/0/v/5		
Sztochasztikus differenciálegyenletek				3/1/0/v/5	
Pénzügyi folyamatok				2/0/0/f/3	
Egyéb					
*A **-gal megjelölt két tárgyból a szakirány hallgatóinak egyet kell felvenniük.*					
Határeloszlás- és nagy eltérés tételek		3/1/0/v/5			
Sztochasztikus modellek**				2/0/0/f/2	
Haladó dinamikai rendszerek**				2/0/0/f/2	
Témalabor 1, 2		0/0/4/f/4	0/0/4/f/4		
Matematikai modellalkotás 1, 2	2/0/0/f/1		2/0/0/f/1		
Választható tárgyak	**0/0/0v**	**5/5/1v**	**5/5/1v**	**0/0/0v**	**10/10/2v**
Szabadon választható szakmai tárgyak		3/0/0/v3	3/0/0v/3		
Kötelezően választható társadalomtudományi vagy gazdaságtudományi tárgy		2/0/0/f/2			
Diplomamunka	**0/0/0v**	**0/0/0v**	**2/5/0v**	**8/15/1v**	**10/20/1v**
Beszámoló		0/0/0/a/0			
Diplomamunka előkészítés			0/2/0/f/5		
Diplomamunka-készítés				0/8/0/v/15	
ÖSSZESEN óra / kredit / vizsgák száma	**26/30/ 3v**	**25/30/ 3v**	**25/30/ 3v**	**20/30/ 2v**	**96/120/ 11v**

A tárgyak paraméterei: előadás / gyakorlat / labor / *vizsga* (v) vagy *félévközi jegy* (f) / kredit.

TANTÁRGYI PROGRAMOK

Elméleti alapozás: Algebra és számelmélet blokk

Lineáris algebra, BMETE91AK00, 4/0/0/v/4, BMETE91AM32, 0/4/0/f/6

Valós és komplex számok, test és gyűrű fogalma, polinomok, algebra alaptétele, interpoláció, többváltozós polinomok.

Mátrixok, determináns, lineáris egyenletrendszerek.

Vektorterek, bázis, dimenzió, koordinátázás. Direkt felbontás, faktortér, tenzorszorzat, duális tér.

Lineáris operátorok és transzformációk, báziscsere, skaláris és vektoriális szorzat. Sajátérték, sajátvektor. Cayley-Hamilton-tétel. Polinommátrixok kanonikus alakja. Jordan-féle normálalak, mátrixfüggvények.

Bilineáris függvények és kvadratikus alakok. Sylvester tétele. Euklideszi terek. Önadjungált, unitér, ortogonális, szimmetrikus, normális transzformációk. Főtengelytétel.

Felbontási tételek.

Irodalom:
D.K. Fagyejev-Szominszkij: Felsőfokú algebrai feladatok, Műszaki Könyvkiadó, 1973.
Freud Róbert, Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1996.
Fried Ervin, Algebra I. Elemi és lineáris algebra, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000.
Horváth Erzsébet, Linearis Algebra, Műegyetemi Kiadó, 1995. 45021 sz. jegyzet

Számelmélet, BMETE91AM15, 2/0/0/v/2, BMETE91AM16, 0/2/0/f/2

Oszthatóság, euklideszi algoritmus, a számelmélet alaptétele. Kongruenciák, lineáris kongruenciák és lineáris diofantikus egyenletek, Euler-, Fermat- és Wilson-tétel, műveletek maradékosztályokkal. Magasabb fokú kongruenciák, primitív gyök, diszkrét logaritmus, hatványmaradék. Chevalley-tétel és alkalmazásai. Legendre-szimbólum, kvadratikus reciprocitás, Jacobi-szimbólum. Prímszámok eloszlása, Fermat- és Mersenne-prímek. Prímtesztek. Számelméleti függvények: Euler-függvény, Möbius-függvény, Möbius-féle inverziós formula. Diofantikus egyenletek, pitagoraszi számhármasok. Gauss-egészek, számok négyzetösszegként való előállításai. A számelmélet alkalmazásai, RSA algoritmus.

Irodalom:
Freud R., Gyarmati E.: Számelmélet. Tankönyvkiadó, 2000.
I. Niven, H. S. Zuckerman: Bevezetés a számelméletbe. Műszaki Könyvkiadó, 1978.
I. M. Vinogradov: A számelmélet alapjai. Tankönyvkiadó, 1968.

Algebra 1, BMETE91AM02, 2/0/0/v/2, BMETE91AM03, 0/2/0/f/2

Csoport bevezetése, példák. Részcsoport, homomorfizmus, izomorfizmus, automorfizmus, faktorcsoport. Ezen fogalmak megfelelői gyűrűkre.

Homomorfizmustétel, izomorfizmustételek.

Részcsoport mellékosztályai, index, Lagrange tétele. Normálosztó, normállánc, Jordan-Hölder-tétel.

Kommutátor-részcsoport, centrum, konjugáltosztályok, osztályegyenlet.

p-csoportok, feloldható csoportok, nilpotens csoportok.

Permutációcsoportok alapfogalmai, csoporthatás. Az alternáló csoportok egyszerűsége.

Direkt szorzat és szemidirekt szorzat. Véges Abel-csoportok alaptétele.

Sylow-tételek és alkalmazásai. Kis rendű csoportok leírása.

Szabad csoportok, definiáló relációkkal megadott csoportok. Dyck tétele.

Test feletti polinomok gyűrűje. F[x] ideáljai, maximális ideáljai, faktorai. Z ideáljai és faktorai.

Bevezetés a testelméletbe. Testbővítések, felbontási test. Véges testek. Wedderburn tétele.

Irodalom:
B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á., Absztrakt algebrai feladatok, JATEPress, 1983.
Fuchs László, Algebra, Tankönyvkiadó, 1974.
Fried Ervin, Algebra II., Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002
Kiss Emil, Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007
B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á., Absztrakt algebrai feladatok, JATEPress, 1983.

Algebra 2, BMETE91AM04, 2/0/0/v/2, BMETE91AM05, 0/2/0/f/2

Testbővítések, Galois-bővítés, Galois-csoport. Galois-elmélet főtétele. Polinomegyenlet gyökökkel való megoldhatósága, geometriai szerkeszthetőség.

Nemkommutatív gyűrűk, ideálok és egyoldali ideálok, test feletti mátrixgyűrű. Ferdetest.

Integritási tartományok, egyértelmű faktorizációs tartományok, Euklideszi- és főideál-tartományok. Gauss-lemma. Irreducibilis polinomok egyértelmű faktorizációs tartományok és hányadostestük felett. Körosztási polinom. Noether-gyűrű, Hilbert bázis tétele. Féligegyszerű Artin-gyűrűk, Wedderburn–Artin-tétel.

Modulusok, teljes reducibilitás. Csoportalgebra, Maschke-tétel. Szabad, projektív és injektív modulusok. Egzakt sorozatok. Kategóriák. Kovariáns és kontravariáns funktorok. Hom és tenzorszorzás funktorok. Funktorok természetes transzformációja, kategóriák ekvivalenciája.

Hálók, modularitás, disztributivitás. Véges dimenziós algebrák *R* felett, Frobenius tétele. Lie-algebrák.

Irodalom:
B. Szendrei M., Czédli G., Szendrei Á.: Absztrakt algebrai feladatok, JATEPress, 1983.
Fuchs László: Algebra, Tankönyvkiadó, 1974.
Fried Ervin: Algebra II, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.
Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.

Elméleti alapozás: Analízis blokk

Analízis 1, BMETE92AM05, 4/0/0/v/4, BMETE92AM32, 0/4/0/f/6

Valós számsorozatok konvergenciája, nagyságrendek. Cantor és Dedekind tulajdonság. Bolzano-Weierstrass kiválasztási tétel. Cauchy konvergencia kritérium.

Valós számsorok. Geometriai sor. Konvergencia kritériumok. Abszolút és feltételes konvergencia.

Elemi függvények folytonossága és differenciálhatósága. Egyváltozós valós, folytonos függvények tulajdonságai. Egyváltozós valós függvények differenciálhatósága, nevezetes határértékek, középérték tételek, függvényvizsgálat, hiperbolikus függvények és inverzeik, lokális tulajdonságok.
Határozott és határozatlan integrálok, az integrálszámítás technikája, alkalmazások. Impropriusz integrálok.

Valós és komplex hatványsorok konvergencia tartománya. Valós hatványsorok összegfüggvényének határértéke, integrálja, deriváltja. Elemi függvények Taylor sorai. Alkalmazások.

Irodalom:
Leindler László, Analízis, Polygon, 2001.
Császár Ákos, Analízis I.

Analízis 2, BMETE92AM07, 4/0/0/v/4, BMETE92AM08 0/2/0/f/2

Függvénysorozatok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Folytonos függvények tere, uniform norma, teljesség. Egyenletesen konvergens függvénysorozatok határfüggvényének folytonossága, differenciálhatósága, integrálhatósága.

Függvénysor pontonkénti és egyenletes konvergenciája, Cauchy kritérium, Weierstrass kritérium. Hatványsor tulajdonságai. Taylor polinom. Lagrange-féle maradéktag. Feltételek egy függvény és Taylor sorának azonosságára. Elemi függvények megegyeznek a Taylor soraikkal. Binomiális sor. Trigonometrikus sor. Szakaszonként folytonos függvények Fourier sora, egyenletes és pontonkénti konvergencia.

Metrikus és Euklideszi tér. A tér teljessége, lokális kompaktsága, Borel tétel.

Többváltozós függvények határértéke, folytonossága. Parciális deriváltak, totális differenciálhatóság, derivált mátrix. Láncszabály. Iránymenti derivált. Implicit- és inverzfüggvény-tétel. Szélsőérték-számítás.

Jordan mérték. Kettős és hármas integrál. Integrálok transzformációja.

Vonalintegrál, potenciálelmélet, felületi integrál.

Komplex függvények folytonossága, regularitása. Cauchy-Riemann parciális differenciálegyenletek, harmonikus függvények. Elemi függvények regularitása.

Irodalom:
Leindler László, Analízis, Polygon, 2001.
Császár Ákos, Analízis I.
Járai Antal, Modern alkalmazott analízis, Typotex, 2007.

Analízis 3, BMETE92AM22, 3/0/0/v/3, BMETE92AM23, 0/3/0/f/3

Komplex függvények integrálja. Cauchy-Goursat alaptétele körintegrálra és annak következményei. Reguláris komplex függvények és deriváltjaik integrálelőállításai. (Cauchy integrálformulák). Laurent sor. Izolált szingularitások osztályozása. Residuum-tétel, komplex integrálok meghatározása. Rouché tétel, argumentum elv.

Banach fixpont tétel. Implicitfüggvény tétel.

Mérhető halmazok, mérték. (Külső mérték kiterjesztése teljes mértékké.) Lebesgue mérték a számegyenesen és a síkon. Lebesgue nem mérhető halmaz létezése. Lebesgue–Stieltjes mérték. Mérhető függvények (valós és metrikus térbeli értékű). Luzin, Jegorov, Riesz approximációs és konvergencia tételei. Integrál. Fatou lemma. Beppo–Levi tétel. Lebesgue tétel, az integrál szigma-additivitása, abszolút folytonossága. Integrálok kiszámítása. Fubini tétele. Newton–Leibniz formula. Parciális integrálás. Radon-Nikodym tétel, integrálok transzformációja.

Irodalom:

Járai A.: Mérték és integrál (Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002)
Duncan: Komplex függvénytan (Műszaki Könyvkiadó, 1978)
Rudin: Real and Complex Analysis (McGraw-Hill, 1974)

Differenciálegyenletek,
BMETE93AM03, 4/0/0/v/4, BMETE93AM04, 0/2/0/f/2

Közönséges differenciálegyenletek: Explicit módon megoldható egyenlettípusok, egzakt és lineáris egyenletek. A kezdetiérték-probléma korrekt kitűzöttsége, egzisztencia, unicitás, folytonos függés a

kezdeti értékektől. Közelítő megoldási módszerek. Lineáris egyenletrendszerek, variációs rendszer. A stabilitáselmélet elemei, stabilitás, aszimptotikus stabilitás, Ljapunov-függvények, stabilitás a lineáris közelítés alapján. Síkbeli autonóm egyenletek fázisportréi. Periodikus megoldások. A mechanika Hamilton-egyenletei. Megmaradási tételek.
Elemi parciális egyenletek: Elsőrendű egyenletek, kapcsolat közönséges egyenletekkel, karakterisztikák módszere. Véges húr transzverzális rezgései: D'Alambert-formula, Fourier-módszer. Hővezetési egyenlet: Fourier-módszer, diszkretizáció. Maximum-elv.

Irodalom:
Simon Péter, Tóth János: Differenciálegyenletek. Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba, Typotex, Budapest, 2005

Parciális differenciálegyenletek 1, BMETE93AM13, 2/0/0/v/3

A parciális differenciálegyenlet fogalma. Példák parciális differenciálegyenletekre. Peremfeltételek, korrekt kitűzés. Megoldás Fourier módszerrel. Elsőrendű lineáris és kvázilineáris egyenletek. Általánosított függvények (disztribúciók). Disztribúciók direkt szorzata, konvolúciója. Temperált disztribúciók Fourier transzformációja, Paley-Wiener tétel. Elliptikus másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek: klasszikus megoldás, maximum-elv. Alapmegoldások. Szoboljev terek. A gyenge megoldás létezése és egyértelműsége. Ritz-Galjorkin módszer.

Irodalom:
Jürgen Jost: Partial Differential Equations, Springer, Berlin, 2002
L. Simon, E.A. Baderko, Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.
V. Sz. Vlagyimirov, Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.
V. Sz. Vlagyimirov, Parciális differenciálegyenletek-feladatgyűjtemény, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.
L. Hörmander, The Analysis of Linear Partial Differential Operators I: Distribution Theory and Fourier Analysis, Springer-Verlag, 1990.

Funkcionálanalízis, BMETE92AM12, 4/0/0/v/4, BEMTEAM13, 0/2/0/f/2

Lineáris terek (lineáris függetlenség és összefüggőség, lineáris leképezések, algebrai duális, lineáris leképezések mátrixa). Lineáris terek tenzorszorzata (szimmetrikus és antiszimmetrikus tenzorszorzat, bázisok, determináns).

Normált terek (példák, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenségek, lineáris leképezések folytonossága és korlátossága, operátor normája). Banach-terek (példák, normált tér teljes burka, abszolút konvergens sorok konvergenciája és átrendezhetősége, az exponenciális függvény, Neumann-sor).

Nevezetes tételek Banach-terekben (nyílt leképezés tétele, egyenletes korlátosság tétele, alkalmazás Fourier-sorokra, zárt gráf tétel)

Duális tér (L_p terek duálisa, Hahn–Banach-tétel, a folytonos függvények terének duálisa). Hilbert-tér (bázis szerinti kifejtés, példák, Riesz-lemma, projekció tétel, Riesz-féle reprezentációs tétel). Speciális függvények (Hermite-, és Legendre-polinomok, sorfejtések). Hilbert-terek és lineáris operátorok tenzorszorzata.

Az adjungált (korlátos operátor adjungáltja, önadjungált operátorok, unitér operátorok és projekciók, példák).

Topológiák (gyenge topológia a Hilbert-téren, operátorok pontonkénti konvergenciája és pontonkénti gyenge konvergenciája, önadjungált operátorok monoton sorozata, unitérek topologikus csoportja). A Haar-mérték lokálisan kompakt topologikus csoportokon.
Korlátos operátor spektruma (a spektrum osztályozása, spektrál sugár, rezolvens).

Kompakt operátorok (a kompakt operátorok ideálja, Hilbert–Schmidt-féle integráloperátor, Green-függvény, Riesz–Schauder tétel).

A Fourier-transzformáció (az L1-téren, kiterjesztés az L2-tér unitér operátorává, spektruma, a Fourier-transzformált differenciálhatósága, a Schwartz-tér és topológiája, duálisa, disztribúciók). Nemkorlátos operátorok (az adjungált és szimmetrikus operátorok, a Laplace-operátor, példák).

A spektráltétel (projektormértékek, önadjungált operátorok folytonos függvénykalkulusa, a spektráltétel korlátos önadjungált operátora, pont és folytonos spektrum a spektrálmértékből).

Egy-paraméteres unitér csoportok (kétfajta folytonosság, az eltolás csoport, Fourier-traszformált, Stone-tétel).

Irodalom:
Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Könyvkiadó, 2003

Numerikus módszerek 1, BMETE92AM00, 4/0/2/v/6

MATLAB numerikus szoftver használata. Hibaszámítás. Lineáris egyenletrendszerek direkt es iteratív megoldása: Gauss elimináció, Gauss transzformáció. Mátrixok faktorizációi. Lineáris egyenletrendszerek kondicionáltsága. Jacobi-, Seidel-, SOR iteráció; az iteráció konvergenciája, hibabecslése.

Optimalizációs típusú eljárások lineáris egyenletrendszerek megoldására. Sajátértékek becslése.

Hatványmódszer mátrixok sajátérték-sajátvektor feladatára. Inverz hatvány módszer. Mátrixok speciális alakra való transzformálása. Jacobi módszer sajátértékek és sajátvektorok meghatározására. QR módszer sajátértékek meghatározására. Közönséges interpoláció polinommal. Hermite-féle interpoláció. Interpoláció harmadfokú spline-nal. Közelítés legkisebb négyzetek értelemben polinommal és trigonometrikus polinommal; trigonometrikus interpoláció; a gyors Fourier-transzformáció alapja.

Numerikus integrálás: Newton–Cotes formulák és alkalmazásuk. Gauss-típusú kvadratúrák. Nemlineáris egyenletrendszerek megoldása. Polinomok gyökei. Közönséges differenciálegyenletek kezdetiérték feladatainak numerikus megoldása: egylépéses módszerek alapfogalmai; Runge–Kutta formulák, egylépéses módszerek stabilitása, konvergenciája és hibabecslése. Többlépéses módszerek.

Irodalom:
Stoyan G., Tako G.: Numerikus módszerek I-II, Typotex, Budapest, 1993, 1995
J. Stoer, R. Bulirsch: Introduction to Numerical Analysis, 1980
A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: Numerical Mathematics, 2000

Elméleti alapozás: Diszkrét matematika és számítástudomány blokk

---

Kombinatorika és gráfelmélet 1, BMEVISZA030, 2/2/0/v/4

Leszámlálások (permutációk, variációk, kombinációk, binomiális tétel, binomiális együtthatókra vonatkozó tételek). Nevezetes leszámlálási módszerek, skatulya-elv, szita-módszer. Rekurziók és generátorfüggvények. Fibonacci-számok, állandó együtthatós homogén lineáris rekurziók általában, Catalan-számok.

Gráfelméleti alapfogalmak, pont, él, fokszám, izomorfia, út, kör, összefüggőség. Fák, Cayley-tétel, Prüfer-kód. Páros gráfok, jellemzésük. Párosítások, König-Hall-Frobenius tétel. König tételei, Tutte tétele, Gallai tételei.

Hálózati folyamok, Ford-Fulkerson tétel, Edmonds-Karp tétel. Kiterjesztések. Menger-tételek. Magasabb összefüggőség, Dirac-tétel, Petersen-tétel. Euler-körök és utak. Euler tétele. Hamilton-körök és utak. Hamilton-kör létezésének szükséges feltétele. Elégséges feltételek: Dirac és Ore tételei.

Irodalom:
Katona – Recski – Szabó, A számítástudomány alapjai, Typotex, Budapest, 2002

Kombinatorika és gráfelmélet 2, BMEVISZA071, 2/1/0/v/3

Síkbarajzolhatóság, viszonya a gömb és a tórusz felszínére való rajzolhatósághoz, sztereografikus projekció, Euler-formula. Kuratowski-tétel, Fáry-Wagner tétel Geometriai és absztrakt dualitás, 2-izomorfia, Whitney tételei. Pont- és élszínezési alapfogalmak, Mycielsky-konstrukció. Brooks-tétel. Ötszíntétel. Vizing-tétel. Élszínezés kapcsolata teljes párosításokkal, Petersen-tétel. Dinitz-probléma, lista-színezés, Galvin tétele. Perfekt gráfok. Intervallumgráfok. Perfekt gráf tétel. Ramsey-tétel, Erdős-Szekeres tétel, Erdős-féle alsó becslés, pár szó a valószínűségi módszerről. Turán-tétel. Erdős-Stone tétel, Erdős-Simonovits tétel. Hipergráfok. Erdős-Ko-Rado tétel, Sperner-tétel, LYM-egyenlőtlenség. De Bruijn-Erdős tétel. Véges síkok, konstrukciójuk véges testből, differencia-halmazból. Bruck-Ryser tétel.

Irodalom:
Katona – Recski – Szabó, A számítástudomány alapjai, Typotex, Budapest, 2002

Algoritmuselmélet, BMEVISZA213, 2/2/0/v/5

Kereső algoritmusok. Alapvető adatszerkezetek: keresőfa, kiegyensúlyozott keresőfa (AVL-fa), B-fa, Hash-tábla, kupac. Rendező algoritmusok: buborék rendezés, beszúrásos rendezés, összefésülés, kupacos rendezés, gyorsrendezés, ládarendezés, radix; alsó becslés az összehasonlító rendezéseknél a lépésszámra.

Alapvető gráfalgoritmusok: mélységi, szélességi bejárás és alkalmazásaik (összefüggő és erősen összefüggő komponensek meghatározása, maximális párosítás páros gráfokban); legrövidebb utak keresése (Dijkstra, Bellman-Ford, Floyd algoritmusa); minimális költségű feszítőfa keresése (Prim módszere, Kruskal algoritmusa unió-holvan adatszerkezettel).

Általános algoritmustervezési módszerek (elágazás és korlátozás, dinamikus programozás).

Közelítő algoritmusok. A bonyolultságelmélet elemei: NP, NP-teljesség.

Irodalom:
Rónyai Lajos, Ivanyos Gábor, Szabó Réka: Algoritmusok, Typotex, Budapest
Feladatgyűjtemény: a tanszéki honlapról elérhető

Matematikai kriptográfia és kódelmélet, BMETE91AM33, 2/0/0/v/2

Klasszikus kriptográfia elemei. A modern kriptográfia alapjai: a bonyolultságelmélet, számelmélet, valószínűségszámítás kriptográfiában felhasznált fogalmainak rövid áttekintése.

Kiszámíthatóság – egyirányú függvények (diszkrét logaritmus, RSA-függvény, Rabin négyzetre emelés függvénye, prím faktorizációval való kapcsolatuk). Álvéletlen generátorok, álvéletelen függvények. Nemfeltáró bizonyítások, és létezésük NP-problémákra.

Kódolás és hitelesítés módszerei (privát kulcsú rendszerek, szimmetrikus titkosítási sémák, nyilvános kulcsú rendszerek: RSA-, Rabin-, hátizsák rendszerek, digitális aláírás), kulcs csere (Diffie-Hellman). Kriptográfiai protokollok: két résztvevős protokollok (oblivious transzfer, bit rábízás, ...), több résztvevős protokollok, titokmegosztás, elektronikus választás, digitális pénz.

Alapvető kommunikációs-és hibamodellek. A bináris szimmetrikus csatorna. Kódolás, dekódolás, Hamming-távolság. A (blokk)kódok alapvető paraméterei. Ismétlés: véges testek aritmetikájának rövid áttekintése, létezés, bázisok, primitív elemek, polinomok véges testek felett, számolás véges testekben. Lineáris kódok, generátormátrix, paritás-ellenőrző mátrix. Szindrómákon alapuló dekódolás. A Hamming-kód. Ciklikus kódok, generátor-polinom, ellenőrző polinom. Ciklikus kódok és ideálok. BCH-kódok. Korlát hibajavító képességükre. Berlekamp-Massey-algoritmus. Reed-Solomon- és Justensen-kódok. Az MDS-korlát, optimális kódok. Golay-kódok, perfekt kódok. Korlátok a kódparaméterekre: Varshamov-Gilbert, Delsarte, gömbkitöltési. Reed-Muller-kódok. Kapcsolatuk a Boole-függvényekkel. Goppa-kódok, nem lineáris kódok, konvolúciós kódok.

Irodalom:
R. Lidl, H. Niederreiter: Introduction to finite fields and their applications. Cambridge University Press, 1986.
Madhu Sudan : Algorithmic Introduction to Coding Theory. elektronikus jegyzet, MIT
Buttyán L. Vajda I. Kriptográfia és alkalmazásai. Typotex, 2004.

Informatika 2, BMETE91AM25, 1/0/2/f/3

A tárgy célja a komputer algebra programrendszerek megismerése és azok programozásának elsajátítása. A félév végén a hallgatók egy néhány oldalas tanulmányt írnak valamely maguk választotta témából, melynek megoldásához komputer algebra rendszert használnak. Tematika: A komputer algebra rendszerek nyelvi sajátosságai. A legismertebb programrendszerek (Maple és a Mathematica) részletes ismertetése. A komputer algebra rendszerekben megvalósított programozási paradigmák (szabály alapú, funkcionális, logikai programozás) áttekintése.

Irodalom:
Molnárka Győző, Gergó Lajos, Wettl Ferenc, Horváth András,
Kallós Gábor: A Maple V és alkalmazásai. Springer-Verlag, 1996.
Szili László, Tóth János: Matematika és Mathematica. Eötvös Kiadó. 1996.
Online Maple, Mathematica és GAP könyvek.

Informatika 4, BMETE91AM11, 0/0/4/f/4

ALCÍM: Egy nagyteljesítményű programozási rendszer megismerése, és a szoftverfejlesztés alapjai
A CÉL egy, a természettudományos és nagy gyakorlati problémák kezelésére gyakran használt nyelv (pl.: C++) megismerése, és segítségével egy összetettebb feladat megoldása.
RÉSZLETES TEMATIKA:
A nyelv haladó szintű megismerése, konstruálás orientált interfészek (flex, bison, XML parzerek, …), választás orientált interfészek (portábilis GUI, C++ esetén pl.: wxWidgets, Qt, ...).
Nagy projektek és programok részekre bontása. Programrészek kommunikációs felületei, interfészek, absztrakt osztályok, szerializáció. Eseményvezérlet programozás. Grafikus és web-es felhasználói felület, XML web-szolgáltatások. Modell-view-kontroller architektúra. Integrált fejlesztő rendszerek (pl.: GNU-Emacs, KDevelop, Eclipse).
Felhasználóbarát szoftverfejlesztés. Szoftvertesztelés, szoftver minősége (regressziós teszt, fordítási figyelmeztetések, típusosság, futási idejű memóriahasználat ellenőrzés, futási idejű nyomkövetés). Modell alapú szoftverfejlesztés (Petri háló, UML).

Irodalom:
Online dokumentációk nagy választékban és a három klasszikus könyv:
Brian W. Kernighan, Dennis M. Ritchie: A C programozási nyelv, Műszaki, 2004
Brian W. Kernighan, Rob Pike: A Unix operációs rendszer, Műszaki, 1999
Stroustrup, Bjarne: A C++ programozási nyelv, Budapest, Kiskapu, 2001

Elméleti alapozás: Geometria blokk

Geometria, BMETE94AM03, 4/0/0/v/4, BMETE94AM03, 0/2/0/f/2

Az elemi euklideszi és hiperbolikus sík- és térgeometria axiomatikus felépítésének vázlata. Modellek. Az egybevágósági transzformációk osztályozása tükrözésekkel. Inverzió. Vektorgeometria elemei, vektoriális és vegyes szorzat, elemi terület- és térfogatmérés. Koordinátázás, az egybevágóságok analitikus kezelése. Térelemek analitikus geometriája, homogén koordináták, kollineációk analitikus alakja. Összefüggőség, homeomorfizmus, görbe, felület fogalma. Sokszögek és poliéderek. Euler féle poliédertétel. Szabályos poliéderek, Cauchy poliédertétel. Gömbi geometria és trigonometria. Az n-dimenziós szabályos poliéderek. Másodrendű felületek, másodrendű görbék szintetikus és analitikus kezelése. Bezout tétele, rend fogalma. Az ábrázoló geometria elemei, egyszerű poliéderek síkmetszete, képsík-transzformáció, méretes alapszerkesztések. Egyképsíkos ábrázolások, axonometriák, perspektívák. Centrális vetítés és projektív bővítés. Desargues és Pappus-Pascal tétel. Pascal-Brianchon tétel. A projektív síkgeometria önálló felépítése.

Gyakorlati tematika: Hamis bizonyítások, részekre osztások síkban és térben, teljes indukció alkalmazása geometriai feladatoknál. Egybevágósági transzformációk síkban és térben. Komplex számok a geometriai feladatokban. Vektorgeometria elemei, osztóviszony, súlypont, skaláris, vektoriális és vegyes szorzat. Egybevágósági transzformációk leírása (ortogonális trafók). Térelemek analitikus geometriája. Homogén koordinátázás és alkalmazásai. Másodrendű görbék és felületek – koordinátarendszer elforgatása, eltolása, főtengelytranszformáció, példák. Ábrázoló geometria – testek ábrázolása, síkmetszete, metrikus alapfeladatok – perspektivikus ábrázolás – axonometria – projektív bővítés – a Pappus-Pascal, Pascal-Brianchon és Desargues tételek alkalmazásai feladatokban. Projektív geometria alaptételének alkalmazásai, fixelemek keresése – lencse leképezés.

Irodalom:
Hajós György: Bevezetés a geometriába

Differenciálgeometria 1, BMETE94AM05, 2/1/0/f/3

Görbék differenciálgeometriája euklideszi térben: parametrizált görbék, ívhossz szerinti paraméterezés, görbület, torzió, kísérő triéder, Frenet-formulák. Görbületével és torziójával adott görbe meghatározása. Evolvens, evoluta. Görbékre vonatkozó globális tételek (négy csúcspont tétele, izoperimetrikus egyenlőtlenség). A görbeelmélet alaptétele. Felületek differenciálgeometriája: reguláris felületek, paramétertranszformációk, első-, második alapmennyiségek, felületek irányíthatósága, a felszín fogalma, Meusnier, Rodrigues tétele, a Gauss leképezés, konform leképezések, Theorema Egregium, kompatibilitási egyenletek, Bonnet tétele.

Irodalom:
B. Dubrovin, S. Novikov, A. Fomenko: Modern Geometry, Springer

Differenciálgeometria 2, BMETE94AM15, 2/0/0/v/3

A topológia alapfogalmainak bevezetése, differenciáltopológia, differenciálható sokaságok, érintő tér, sokaságok topológiája, Riemann metrika, geodetikusok, Gauss-Bonnet tétel, görbületi tenzor, konstans görbületű terek, Lie csoportok, Morse elmélet

Irodalom:
B. Dubrovin, S. Novikov, A. Fomenko: Modern Geometry, Springer

Elméleti alapozás: Operációkutatás és gazdasági matematika blokk

Operációkutatás, BMETE93AM05, 2/2/0/f/4

Lineáris optimalizálás: Lineáris algebra, poliéderek, kúpok, egyenlet- és egyenlőtlenségrendszerek. Az LP alapfeladata, példák (táplálási és termék összetételi feladat). A szimplex módszer (táblázat, algoritmus) részletei és használata. A szimplex tábla transzformálása, kétfázisú szimplex módszer. Geometriai szemléltetés, alkalmazások, numerikus példák. Dualitás, dualitási tételek – kiegészítő eltérések tételei. Játékelmélet, Lagrange-féle dualitás.

Szállítási feladat, hozzárendelési feladat. Szimplex a szállítási feladatra: megoldó algoritmus.

Nemlineáris optimalizálás: Nemlineáris programozás, feltétel nélküli és feltételes optimalizálás. Az optimalitás első és másodrendű feltételei. Lagrange dualitás tétele feltételes optimalizálási feladatra. Optimalizálás egy egyenes mentén. Legmélyebb leszállás algoritmusa. A Newton módszer és változatai. SUMT módszerek: feltételes optimalizálási algoritmusok. Kuhn–Tucker tétel. Konvex és nemkonvex optimalizálás. Belső pontos algoritmusok lineáris feltételű feladatokra. Egész értékű programozás, hátizsák-feladat, Gomory metszősík algoritmusa.

Hálózati folyamok, Ford-Fulkerson, címkézési technika és optimalizálás.

Szimuláció – véletlenszám generálás, statisztikai próbák. Integrálás Monte-Carlo módszerekkel egyszerű függvényekre. Sztochasztikus programozás: Sztochasztikus optimalizálás alapjai, konvexitás, kvázikonvexitás. Sztochasztikus optimalizálás: valószínűséggel korlátozott modellek. Logkonkávitás, megengedett irányok módszere. A pótló függvény és kétlépcsős feladatok.

Irodalom:
Deák I.: Bevezetés a sztochasztikus programozásba, Aula, 2003
Deák I.: Random number generators and simulation, Akadémiai Kiadó, 1990
Hammersley, J.M., Handscomb, D.C.: Monte Carlo methods, Methuen, 1964
Luenberger, D.: Linear and nonlinear programming, Addison Wesley, 1974
Prékopa A.: Lineáris programozás, Bolyai, 1968

Optimalizálási modellek, BMETE93AM07, 0/0/2/f/2

Matematikai programozási feladatok, ezek osztályozása. A számítógépes megoldás lépései. Modell leírási technikák, fájlformátumok, modellezési nyelvek. Solverek. Az AMPL modellező nyelv.

Bevezetés a CPLEX solver hasznalatába. A megoldási algoritmusok sajátosságai, kiválasztásuk.

Paraméterek beállításai. A megoldás értelmezése. A Neos server használatának ismertetése.

Általános és speciális lineáris programozási, egészértekű, nem lineáris és sztochasztikus modellek és megoldásuk.

Irodalom:
Prékopa András: Lineáris programozás, 2005
Wayne L. Winston: Operációkutatás, Módszerek és alkalmazások, I-II. kötet, Aula, Budapest, 2003
Mokhtar S. Bazaraa and C.M. Shetty: Nonlinear Programming, Theory and Algorithms, Wiley and Sons, New York, 1979
A. Prékopa: Stochastic Programming, Akadémia Kiadó, Budapest, 1995
H.P. Williams: Model Building in Mathematical Programming, Wiley and Sons, New York, 1985
www.ampl.com/, www.ilog.com/products/cplex/, www-neos.mcs.anl.gov/neos/

Mikroökonómia, BMEGT30A014, 2/0/0/f/2

A mikroökonómia a fogyasztó és a vállalat viselkedését vizsgálja. Alapkérdései: Hogyan függ a fogyasztás az egyének jövedelmétől és a piaci áraktól? Hogyan függ a termelés a költségektől? Hogyan függ az egyensúlyi ár (amely mellett a kereslet és a kínálat egyensúlyban van) a piaci szerkezettől (monopólium, oligopólium, szabad verseny)? A tárgy egyaránt foglalkozik az elmélettel és a gyakorlattal. Megmutatja, hogyan használható a differenciálszámítás és a nemlineáris programozás a mikroközgazdasági elemzésben. Gyakorlati példákat ismertet, amelyekből kiderül, hogy mi az árrugalmasság mértéke, hol húzódik a határ az oligopólium és a szabadverseny között.

Irodalom:
Varian, H., Mikroökonómia középfokon, Közgazdsági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1992.

Makroökonómia, BMEGT30A015, 2/0/0/f/2

A makroökonómia a gazdaság egészét vizsgálja. Fő kérdései: Mitől függ a gazdaság növekedési üteme? Hogyan függ össze az infláció és a munkanélküliség rövid és hosszú távon? Miben különbözik egy zárt és egy nyitott gazdaság? A tárgy egyaránt foglalkozik az elmélettel és a gyakorlattal. Megmutatja, hogyan használhatók a statikus és dinamikus modellek a makroközgazdasági elemzésben. Gyakorlati példákat hoz, amelyek hely és idő függvényében megvilágítják a makroösszefüggéseket: mennyibe kerül az infláció, mi az oka, hogy Ny-Európában a reálbérek nőnek, s a foglalkoztatottság stagnál, míg az USÁ-ban fordítva.

Irodalom:
Hall, R. és Taylor, J.: Makroökonómia, Közgazdsági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1997

Közgazdasági és pénzügyi matematika, BMETE93AM14, 2/1/0/v/4

A közgazdaságtan a társadalom gazdasági folyamatait elemzi. Egy *bevezetésben* célszerű a részletek mellőzésével az egész közgazdaságtant áttekinteni. A közgazdaságtan magva a *mikroökonómia,* amely a fogyasztók és a vállalatok döntéseit adott gazdasági keretek mellett vizsgálja. Bemutatja, hogy a profitmaximalizáló vállalatok és a hasznosságmaximalizáló egyének összjátékából hogyan alakul ki a piaci egyensúly, amely bizonyos értelemben optimális. Vannak olyan gazdasági kérdések (például a gazdasági növekedés, az infláció vagy a munkanélküliség), amelyeket nem lehet egyszerűen mikroökonómiai alapon levezetni. Ezek vizsgálatával a *makroökonómia* foglalkozik. A hagyományos közgazdaságtan elsősorban a tökéletes verseny, vagy a tökéletes monopólium esetét vizsgálja, vannak azonban fontos köztes esetek, amikor egynél több szereplő hat egymásra, de olyan kevesen vannak, hogy nem lehet elhanyagolni egymásra hatásukat: *játékelmélet*. A gazdasági szereplők tényleges viselkedését matematikai statisztika eszközeivel is vizsgálhatjuk: *ökonometria*. Bár a közgazdaságtan alapmodelljei általában statikusak, egyre inkább előtérbe kerülnek a *dinamikus* elemzések is (pl. a már említett gazdasági növekedés mellett a ciklusoké). Végül nem lehet figyelmen kívül hagyni a *pénzügyi matematikát* sem, amely a nagy matematikai tudást igénylő sztochasztikus folyamatokra épül.

Irodalom:
Varian, H.: *Mikroökonómia középfokon*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 2001 Hall, R. és Taylor, J.: *Makroökonómia*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1997

Biztosításmatematika 1, BMETE95AM11, 2/0/0/v/3

Biztosítási alaptípusok: Élet, nem élet ág különbözősége.

Életbiztosítási matematikai ismeretek

a) Biztosítási alaptípusok – rizikó, elérési, vegyes, életjáradék, FIB (Family Income Benefit) – két és több életre szóló biztosítások – munkáltatói biztosítások; csoportos biztosítások

b) Halandósági és morbiditási adatok – nyers halandósági és morbiditási adatok, kockázati időtartam (exposed-to-risk) – kiegyenlítési módszerek – halandósági tábla, függvények – szelekciós, aggregált táblák – extra kockázatok – előrejelzés – kommutációs számok, várható élettartam; korfa – többállapotú modellek, többszörös kilépési táblák

c) Díjkalkuláció – technikai kamat, diszkonttényező; ekvivalencia-elv; maradékjogok; nettó díj – költségterv; alfa-, béta-, gamma költségek; bruttó díj – éves, féléves, havi díjfizetés; egyszeri díj; befektetési hozam – díjkalkuláció Cash Flow alapon

d) Tartalékszámítás – nettó díjtartalék – prospektív, retrospektív szemlélet – egyéni és csoportos díjtartalék; maradékjogok; a díjtartalék nem biztosítási évfordulón; kamat-, halandósági, költség- és egyéb nyereség; nyereségrészesedési módszerek; utókalkuláció; közelítő számítások – bruttó díjtartalék; költségfedezet, Zillmer-módszer – szolvencia

e) A biztosító kockázatai és kezelésük – élet-, költség-, befektetési kockázat; haláleseti terhelés, új üzleti teher – infláció – profit-testing

f) Üzletterv

Irodalom:
H. U. Gerber: Life Insurance, Springer1997
Banyár J.: Életbiztosítás, Aula 2003
Krekó B.: Biztosítási matematika, Aula 1993

Elméleti alapozás: Sztochasztika blokk

Valószínűségszámítás,
BMETE95AM24, 2/0/0/v/2, BMETE95AM25, 0/2/0/f/2

Alapfogalmak. Eseménytér, események algebrája, valószínűség. Kombinatorikus megfontolások, szitaformula, urna-modellek. Geometriai példák (Buffon, Bertrand). Valószínűségi mező általános fogalma. Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel, feltételes valószínűségek szorzási szabálya. Sztochasztikus függetlenség. Diszkrét valószínűségi változók: indikátor, binomiális, hipergeometrikus, Poisson, geometriai, negatív binomiális. Poisson-approximáció. Geometriai eloszlás örökifjúsága. Valószínűség változó általános fogalma. Eloszlás-függvények, abszolút folytonosság, sűrűség-függvények. Eloszlások transzformációja. Nevezetes eloszlások: egyenletes, exponenciális, normális, Cauchy, log-normális. Eloszlások numerikus jellemzői: várható érték, szórásnégyzet, medián, kvantilisek, momentumok. Várható érték és szórásnégyzet néhány kombinatorikai alkalmazása. Steiner-tétel. Együttes eloszlás, peremeloszlások, feltételes eloszlás, feltételes sűrűség-függvény. Várható érték vektor, kovariancia mátrix. Schwarz-egyenlőtlenség. Több dimenziós normális eloszlás. Bernoulli nagy számok törvénye. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. Nagy számok gyenge törvénye. Alkalmazás: Weierstrass approximációs tétele. A normális fluktuációk nagyságrendje. Stirling-formula. De Moivre-Laplace-tétel, alkalmazások.

Irodalom:
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Bp. 1972
William Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba, Műszaki Könyvkiadó, Bp.
Sheldon Ross: A first course of probability.

Matematikai statisztika,   BMETE95AM27, 2/2/2/v/6

Statisztikai alapfogalmak. Statisztikai mező, statisztikai minta, adatok áttekintése, statisztikák, rendezett minták. Glivenko-Cantelli tétel, Kolmogorov-Szmirnov tételkör. Elégségesség, teljesség, exponenciális eloszláscsalád.

Becsléselmélet. Pontbecslések tulajdonságai: torzítatlanság, efficiencia, konzisztencia. Fisher-információ, Cramer-Rao egyenlőtlenség, Rao-Blackwell-Kolmogorov tétel. Becslési módszerek: maximum likelihood elv, momentumok módszere, Bayes becslések. Intervallumbecslések.

Hipotézisvizsgálat. Statisztikai próbák általános elmétlete, Neyman-Pearson alaplemma, egyenletesen legerősebb próbák konstrukciója. Nevezetes paraméteres- és nemparaméteres próbák. Szekvenciális eljárások (Wald-féle valószínűséghányados próba).

Regressziós görbék, lineáris regresszióra visszavezethető modellek illesztése kétdimenziós statisztikai mintára. Lineáris modell beállítható mérési pontok esetén, legkisebb négyzetek módszere, Gauss-Markov tétel és a paraméterek maximum likelihood becslése.

A gyakorlatokon az elméleti tananyagot alátámasztó feladatokat oldunk meg, becslési módszereket alkalmazunk, becslő statisztikák tulajdonságait vizsgáljuk, statisztikai próbákat konstruálunk és hipotéziseket vizsgálunk.

Nagyobb méretű, valós életbeli adatrendszerek vizsgálata számítógépes laborgyakorlat keretében történik. Itt ismertetjük a statisztikai adatok főbb típusait, rögzítésüknek módjait, az Excel nyújtotta táblázatkezelési lehetőségeket, és ezek segítségével alapstatisztikákat számolunk, tesztadatokon statisztikai törvényszerűségeket illusztrálunk. Áttekintjuk egy, a tanszéken hozzáférhető statisztikai programcsomag (jelenleg SPSS) nyújtotta lehetőségeket. A hangsúlyt az egyes programok részletes megismerésére és a program outputjainak interpretálására helyezzük úgy, hogy a hallgatók gyakorlati feladatokkal szembesülve, felelősséggel nyilatkozni tudjanak arról, mit jelentenek az alkalmazó szakember konkrét problémájában a kapott eredmények.

Irodalom:

Bolla, M., Krámli, A.: Statisztikai következtetések elmélete (II-IV, VI-VIII. fejezet), Typotex, 2005
Borovkov, A. A.: Matematikai statisztika, Typotex, Budapest (1999).
Móri, F. T., Szeidl, L., Zempléni, A.: Matematikai statisztika példatár, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest (1997).
Ketskeméty László, Izsó Lajos, Bevezetés az SPSS programrendszerbe, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest (2005).
SPSS kézikönyv (a programcsomaggal együtt letölthető).

Sztochasztikus folyamatok,   BMETE95AM26, 2/2/0/v/6

1. Alapfogalmak: sztochasztikus folyamat, peremeloszlások, Kolmogorov alaptétel, stacionárius, stacionárius növekményű, független növekményű folyamatok, Brown-mozgás, Poisson-folyamat.
2. Véges Markov-láncok: átmenet valószínűségek, sztochasztikus mátrixok lineáris algebrája, félcsoport tulajdonság, hatás előre függvényeken, hatás hátra mértékeken, állapotok osztályozása, irreducibilitás, periódus, P spektruma, konvergencia egyensúlyhoz, spektráslis rés becslése (Doeblin)
3. Megszámlálható Markov-láncok: pozitív és null-rekurrencia, tranziencia, bolyongások Z^d-n: Pólya-tétel, születési-halálozási folyamatok, sorbanállási problémák, elágazó folyamatok
4. 1-dimenziós bolyongás: tükrözési elv és következményei, tranziencia nem-szimmetrikus esetben, gambler’s ruin, differenciaegyenletek.
5. Felújítási folyamatok: felújítási egyenlet, Laplace-transzformáció alkalmazásai, felújítási paradoxon
6. Folytonos idejű Markov-láncok: fenomenologikus leírás, ugrási ráták, független exponenciális órák, átmenet-valószínűségek félcsoportja, Komogorov-Chapman egyenlet, a félcsoport mátrix-analízise, infinitezimális generátor, folytonos idejű Markov-láncok megszámlálható állapottéren

7. Mértékelméleti kiegészítések: filtrációk, sztochasztikus folyamat természetes filtrációja, feltételes várhatóérték,
8. Martingálok: filtráció, adaptált folyamat, szub-/szuper-/martingál, megállási idők, opcionális megállási tétel (Doob), diszkrét sztochasztikus integrálás, martingál konvergencia tétel (Doob), maximális egyenlőtlenség (Doob), Höffding-Azuma egyenlőtlenség, iterált logaritmus tétel
9. Brown-mozgás, Wiener folyamat: fenomenologikus leírás, alaptulajdonságok, Wiener-féle konstrukció vázlata, Paul Lévy és Ciesielski-de Feriet féle konstrukció, skála, önhasonlóság, iterált logaritmus tétel, időinverzió, nem-differenciálhatóság, kapcsolat a hőegyenlettel.

Irodalom:
Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Bp. 1972
William Feller: Bevezetés a valószínűségszámításba. Műszaki Könyvkiadó, Bp.
William Feller: Introduction to Probability Theory and its Applications vol. 1 & 2.
David Williams: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991
John Lamperti: Stochastic Processes. Springer

Ergodelmélet és dinamikai rendszerek, BMETE90AM22, 2/0/0/f/2

Mértéktartó leképezések. Példák. Poincaré rekurrencia tétele. Ergodikus leképezések. Példák. Stacionárius sorozatok mint dinamikai rendszerek. Bernoulli sorozatok. Kinetikai és keverés. A tórusz algebrai automorfizmusai. Keverésük feltétele. Hopf geometriai módszere. Invariáns mérték létezése: Krylov–Bogolyubov tétel. Markov-leképezések: invariáns sűrűség létezése. Kolmogorov–Arnold–Moser tétel. A homológikus egyenlet. Az invariáns tórusz formális egyenletei. Feladatok.

Irodalom:
D. Szász: Ergodelmélet és dinamikai rendszerek, előadás-jegyzet: www.math.bme.hu/~szasz/
R. Mane: Ergodic Theory and Differentiable Dynamics. Springer, 1983
J. Moser: Lectures on Hamiltonian systems. Memoires of the American Mathematical Society.Vol. 81, 1968

Szakmai törzsanyag

Kommutatív algebra és algebrai geometria, BMETE91MM01, 3/1/0/f/5

Zárt algebrai halmazok és koordinátagyűrűik, morfizmusok, irreducibilitás, dimenzió, Hilbert-féle Nullstellensatz, radikálideálok és részvarietások közti megfeleltetés. Monomiális rendezések, Gröbner-bázisok, Buchberger-algoritmus, számítások polinomgyűrűkben. Reguláris függvényektől a racionális leképezésekig, lokális gyűrű, kévék alapfogalmai, gyűrűzött terek. Projektív tér és részvarietásai, homogén koordinátagyűrű, morfizmusok, projektív varietás képe zárt. Geometriai konstrukciók: Segre- és Veronese-leképezések, Grassmann-varietások, pontból történő vetítés, felfújás. Affin és projektív varietások dimenziója, hiperfelületek. Sima varietások, Zariski-érintőtér, Jacobi-feltétel. Hilbert-polinom és Hilbert-függvény, példák, számítógépes kísérletek. Gyűrűk és modulusok alapfogalmai, láncfeltételek, szabad modulusok. Végesen generált modulusok, Cayley–Hamilton-tétel, Nakayama-lemma. Lokalizáció és tenzorszorzat. Modulusok szabad feloldásai, modulusok Gröbner-elmélete, számítások modulusokkal, a Hilbert-féle kapcsolat-tétel.

Irodalom:
Andreas Gathmann: A. Gathmann, Algebraic geometry, notes for a one-year course taught in the Mathematics International program at the University of Kaiserslautern (2003) , http://www.mathematik.uni-kl.de/~gathmann/en/pub.html

I.R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry I.-II., Springer Verlag (1995)
Miles Reid: Undergraduate Commutative Algebra, Cambridge University Press (1996)
Robin Hartshorne: Algebraic Geometry, Springer Verlag (1977)
M.F. Atiyah, I.G. Macdonald: Introduction to commutative algebra, Addison Wesley Publishing (1994)

Dinamikai rendszerek, BMETE93MM02, 3/1/0/v/5

Folytonos és diszkrét idejű dinamikai rendszerek, folytonos versus diszkrét: követőfüggvény, diszkretizáció. Egyensúlyi helyzetek lokális elmélete: Grobman–Hartman lemma, stabil-instabil-centrális sokaság, Poincaré normálforma. Attraktorok, Ljapunov-függvények, LaSalle-elv, fázisportré. Strukturális stabilitás, egyensúlyi helyzetek/fixpontok és periodikus megoldások elemi bifurkációi, bifurkációs görbék biológiai modellekben. Sátor és logaritmikus függvények, Smale-patkó, szolenoid: topológiai, kombinatorikus, mértékelméleti tulajdonságok. Káosz a Lorenz-modellben.

Irodalom:
P. Glendinning: Stability, Instability and Chaos, Cambridge University Press, Cambridge, 1994
C. Robinson: Dynamical Systems, CRC Press, Boca Raton, 1995
S. Wiggins: Introduction to Applied Nonlinear Analysis and Chaos, Springer, Berlin, 1988

Fourier analízis és függvénysorok, BMETE92MM00, 3/1/0/v/5

A trigonometrikus rendszer teljessége. Fourier-sorok. A Parseval képlet és alkalmazásai. Ortogonális függvényrendszerek, Legendre polinomok, Haar- és Rademacher-féle rendszerek. Bevezetés a waveletekbe, wavelet ortonormált rendszerek és alkalmazásaik. Integrálható függvények Fourier-transzformaciója.

Laplace-transzformáció és alkalmazásai. Fourier-sorok konvergenciája, Dirichlet-féle formula, Dini és Lipschitz konvergencia kritériumok. Fejér példája divergens Fourier sorra. Fourier-sorok összegezése, Fejér tétele, az Abel–Poisson-féle módszer.

Weierstrass approximációs tétele, Stone tétele és annak alkalmazásai. Legjobb megközelítés Hilbert-terekben, Müntz tétele a hézagos polinomok sűrűségéről.

Lineáris operátorokkal való közelítés, Lagrange interpoláció, Lozinski–Harshiladze-tétel. A legjobb polinomapproximáció hibabecslése, Jackson tételei. Pozitív lineáris operátorok approximációs tulajdonságai, Korovkin tétele, Bernstein polinomok, Hermite–Fejér operátor. Bevezetés a spline-approximációba, B-spline-ok, spline-ok konvergencia-tulajdonságai.

Irodalom:
N.I. Ahijezer: Előadások az approximáció elméletéről, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1951
Szökefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1975
G. Lorentz, M.V. Makovoz: Constructive Approximation, Springer, 1996
M.J.D. Powell: Approximation Theory and methods, Cambridge University Press, 1981

Parciális differenciálegyenletek 2, BMETE93MM03, 3/1/0/f/5

A Laplace-operator Szoboljev térben (ismétlés a BSc anyag alapján). Másodrendű lineáris parabolikus egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Lineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Reakció-diffúzió (kvázilineáris parabolikus) egyenletek gyenge és erős megoldásai. Ritz–Galerkin approximáció. Nemlineáris operátorfélcsoportok (Evans és Robinson szerint). Csak példákban: monotonitás, maximum-elvek, invariáns tartományok, egyensúlyi helyzet stabilitásának vizsgálata linearizálással, utazó hullámok (Smoller szerint). Globális attraktor. Inerciális sokaság (Robinson szerint).

Irodalom:
L.C. Evans: Partial Differential Equations, American Mathematical Society, Providence, 2002
J. Smoller: Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations, Springer, Berlin, 1983
J.C. Robinson: Infinite-dimensional Dynamical Systems, Cambridge University Press, 2001

Elméleti számítástudomány, BMETE91MM00, 3/1/0/f/5

A logikai programozás és gépi bizonyítas elméleti alapjai. Véges modellek és bonyolultság. Nem-klasszikus logikák a számítástudományban: temporális, dinamikus, program logikák. Rekurzív függvények és a lambda-kalkulus kapcsolata. Boole-algebrák, reláció algebrák és alkalmazásaik.

Fontosabb gépmodellek. Bonyolultságelméleti alapfogalmak, nevezetes idő és térosztályok. NP-teljesség. Randomizált számítások. Algoritmustervezési módszerek.

Fejlett adatszerkezetek, amortizációs elemzés. Mintaillesztés szövegben. Adattömörítés.

Irodalom:
Carmen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest: Algoritmusok, Műszaki Kiadó, 1999
Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, 2001
Ferenczi M.: Matematikai Logika, Műszaki Kiadó, 2002
Galton, A.: Logic for Information Technology, Wiley, 1990

Algebrai és általános kombinatorika, BMEVISZM020, 3/1/0/f/5

A Young-tablók kombinatorikája, tablógyűrűk, Pieri-formulák, Schur-polinomok, Kostka-számok. Robinson–Schensted–Knuth megfeleltetés. Littlewood–Richardson-számok és -tétel. Nevezetes szimmetrikus polinomok és generátorfüggvényeik, Cauchy–Littlewood formulák. A szimmetrikus polinomok alaptételének Garsia-féle általánosítása. Bázisok a szimmetrikus függvények gyűrűjé-ben.
Fejezetek a kombinatorikus optimalizálás módszereiből: Mohó algoritmus, javító algoritmusok, matroid-elméleti alapfogalmak, matroid metszet algoritmus. Közelítő algoritmusok (pl. halmazfe-dés, Steiner-fák, utazó ügynök probléma). Ütemezési algoritmusok (egygépes ütemezés, ütemezés párhuzamos gépekre, ládapakolás).

Irodalom:
William Fulton, Young Tableaux: With Applications to Representation Theory and Geometry (London Mathematical Society Student Texts) (Paperback), Cambridge University Press, 1996
Richard P. Stanley: Enumerative Combinatorics I.- II., Cambridge University Press, 2001

Differenciálgeometria és topológia, BMETE94MM00, 3/1/0/v/5

Sima sokaságok, differenciál-formák, külső deriválás, Lie-deriválás. Stokes tétele, de Rham-kohomológia, Poincaré-lemma, Mayer–Vietoris egzakt sorozat, Poincaré-dualitás. Riemann-sokaságok, Levi–Civitá konnexió, görbületi tenzor, állandó görbületű terek. Geodetikusok, exponenciális leképezés, geodetikus teljesség, a Hopf–Rinow tétel, Jacobi-mezők, a Cartan–Hadamard-tétel, Bonnet tétele.

Irodalom:
J. M. Lee: Riemannian Manifolds: an Introduction to Curvature, Graduate Texts in Mathematics 176, Springer Verlag
P. Petersen: Riemannian Geometry, Graduate Texts in Mathematics 171, Springer Verlag
J. Cheeger, D. Ebin: Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North-Holland Publishing Company, Vol. 9, 1975
Szőkefalvi-Nagy Gy., Gehér L., Nagy P.: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979

Reprezentációelmélet, BMETE91MM02, 3/1/0/f/5

Differenciálható sokaságok, atlasz, sokaságok közti leképezések, immerzió, szubmerzió, részsokaság, érintő; tér, vektormező, Lie-derivált (szükség esetén topológiai hézagpótlás: kompaktság, összefüggőség, homotópia, fundamentális csoport). Vektornyalábok, alternáló formák vektortereken, differenciálformák és integrálásuk, Stokes-tétel (bizonyítás nélkül). Multilineáris algebrai konstrukciók (tenzorszorzat, szimmetrikus és alternáló szorzat, összehúzás) és alkalmazásuk vektornyalábokra. Lie-csoportok definíciója és alapvető tulajdonságaik, exponenciális leképezés, invariáns vektormezők, Lie-csoport Lie-algebrája. Mátrix Lie-csoportok és Lie-algebráik, fontos példák. Csoportok reprezentációelmélete általában, karakterek, lineáris algebrai konstrukciók, Lie-csoportok folytonos reprezentációi, összefüggés Lie-csoportok és a hozzájuk tartozó Lie-algebrák reprezentációi között. Lie-algebrák alapjai, derivációk, nilpotens és feloldható Lie-algebrák, Engel és Lie tételei, Jordan-Chevalley felbontás, Cartan-féle és maximális torális részalgebrák. Féligegyszerű Lie-algebrák, Killing-forma, reprezentációk teljes felbonthatósága. Az sl_2 Lie-algebra reprezentációelmélete, gyökrendszerek, Cartan-mátrix, Dynkin-diagram, gyökrendszerek osztályozása, féligegyszerű Lie-algebrák. Mátrix Lie-csoportok reprezentációi, Weyl-kamrák, Borel-részalgebra. Peter-Weyl tétel.

Irodalom:
Glen Bredon: Topology and Geometry, Springer Verlag (1997)
Jürgen Jost: Riemannian Geometry and Geometric Analysis, 4. kiadás, Springer Verlag (2005)
William Fulton, Joseph Harris: Representation Theory: a First Course, Springer Verlag (1999)
Daniel Bump: Lie Groups, Springer Verlag (2004)
James E. Humphreys: Introduction to Lie Algebras and Representation Theory, Springer Verlag (1997)

Globális optimalizálás, BMETE93MM00, 3/1/0/f/5

Globális optimalizálási feladatok különböző alakjai, ezek egymásba való átalakításai, redukálása egydimenziós feladatra. A globális optimalizálási feladat műveletigényének viszonya a lineáris programozáséhoz. A globális optimalizálási módszerek osztályozásai. Lagrange-függvény, Kuhn–Tucker tétel, konvex-, DC programozás. Sztochasztikus programozás alapmodelljei, megoldó módszerek. Sztochasztikus és multi-start eljárások globális optimalizálásra, konvergenciájuk, megállási feltételeik. Lipschitz konstansra támaszkodó eljárások, konvergenciatételek. Korlátozás és szétválasztás módszere, intervallum aritmetikán alapuló eljárások, automatikus differenciálás. Több célfüggvényes optimalizálás.

Irodalom:
R. Horst and P. Pardalos: Handbook of Global Optimization, Kluwer, 1995
R. Horst, P.M. Pardalos, and N.V. Thoai: Introduction to Global Optimization, Kluwer, 1995
A. Törn and A. Zilinskas: Global Optimization, Springer, 1989

Lineáris programozás, BMETE93MM01, 3/1/0/v/5

Konvex poliéderek. Minkowski tétel, Farkas tétel, Weyl tétel, Motzkin felbontási tétele. A lineáris programozás feladata, példák lineáris programozási feladatra, grafikus szemléltetés. A lineáris programozási feladat megengedett megoldásának, bázismegoldásának fogalma, a szimplex módszer alap algoritmusa. A ciklizálás és annak kizárási lehetőségei: lexikografikus szimplex módszer, Bland szabály alkalmazása. Induló megengedett bázis keresése, a kétfázisú szimplex módszer. Az explicit bázisinverz és a módosított szimplex módszer. A lineáris programozás dualitás elmélete. Kiegészítő eltérések tételei. A játékelmélet. Kétszemélyes zéróösszegű játékok elmélete, Neumann János tétele. A duál szimplex módszer és a metszősík algoritmusok. A Gomory-féle metszősík algoritmus egészértékű programozási feladatok megoldására. Speciális lineáris programozási, illetve arra visszavezethető feladatok. Szállítási feladat, gráfelméleti alapfogalmak és azok alkalmazása a szállítási feladat szimplex módszerrel történő megoldására (‘stepping stone’ algoritmus). Duál változók módszere az optimalitás teszt gyors végrehajtására. Hozzárendelési feladat, Kőnig-Egerváry tétel és a magyar módszer. Hiperbolikus programozási feladat visszavezetése lineáris programozásra a Martos-féle módszerrel. Szeparábilis programozási feladat. Egyedi felső korlát technika. A Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárás, ellipszoid módszer és a belső pontos algoritmusok vázlata.

Irodalom:
Prékopa András: Lineáris programozás, I. Bolyai János Matematikai Társulat, 1968
A. Schrijver: Theory of Linear and Integer Programming, John Wiley, New York, 1986
R.J. Vanderbei: Linear Programming: Foundations and Extensions, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997

Sztochasztikus analízis és alkalmazásai, BMETE95MM04, 3/1/0/v/5

Bevezetés, ismétlés: Markov-folyamat, sztochasztikus félcsoport, infinitezimális generátor, martingál, megállási idő.

Brown-mozgás: Brown-mozgás fenomenologikus leírása, véges dimenziós peremeloszlások, és folytonosság. Wiener-folyamat konstrukciója, erős Markov tulajdonság. Rekurrencia, skálázás, idő megfordítás. Tükrözési elv és alkalmazásai. Trajektóriák majdnem biztos analitikus tulajdonságai: folytonosság, Hölder-tulajdonság, nem differenciálhatóság, kvadratikus variáció, szinthalmazok.

Folytonos martingálok: Definíció és jellemzés. Schwartz–Dubbins tétel. Exponenciális martingál.

Lévy-folyamatok: Független és stacionárius növekmények, Lévy–Hincsin formula és a folyamatok felbontása. Konstrukció Poisson pont folyamat segítségével. Szubordinátor folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

Sztochasztikus integrálás I.: Diszkrét sztochasztikus integrálás bolyongás szerint és diszkrét idejű martingál szerint. Alkalmazások, diszkrét Black–Scholes. Sztochasztikus integrálás Poisson-folyamat szerint. Diszkrét állapotterű Markov-folyamat martingáljai. Kvadratikus variáció, Doob–Meyer felbontás.

Sztochasztikus integrálás II.: Jósolható folyamatok és az Itô-integrál Wiener-folyamat szerint kvardatikus variáció folyamat. Doob–Meyer-felbontás. Itô-formula és alkalmazásai.

Irodalom:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. Second edition. Birkauser, 1989
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B. Oksendal: Stochastic Differential equations. Sixth edition. Springer, 2003
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. Third edition. Springer, 1999
G. Samorodnitsky & M. S. Taqqu: Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance. Chapman and Hall, New York, 1994
válogatott cikkek, előadó jegyzetei

Statisztika és információelmélet, BMETE95MM05, 3/1/0/v/5

Becslések és hipotézisvizsgálat többdimenziós paramétertérben: Fisher-információs-mátrix, likelihood-hányados-próba. Hipotézisvizsgálat többdimenziós Gauss-modellben: Mahalanobis-távolság, Wishart-, Hotelling-, Wilks-eloszlások. Lineáris becslések, Gauss–Markov-tétel. Regresszióanalízis, egy- és többszempontos varianciaanalízis, mint lineáris modell. ANOVA-táblázatok, Fisher–Cochran-tétel. Főkomponens- és faktoranalízis. Faktorok becslése és forgatása, hipotézisvizsgálatok a faktorok számára.

Hipotézisvizsgálat és I-divergencia (diszkrét eset).

I-vetületek, exponenciális eloszláscsalád esetén a maximum likelihood becslés, mint I-vetület. A megfelelő I-divergencia-statisztika határeloszlása. Kontingenciatáblázatok analízise információelméleti módszerrel, loglineáris modellek. Információelméleti alapú statisztikai algoritmusok: iteratív arányos illesztés, EM-algoritmus. Maximális entrópia módszere.

Irodalom:
M. Bolla, A. Krámli: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2005
I. Csiszár, P. C. Shields: Információelmélet és statisztika. Oktatási segédanyag (angolul). Alapok és trendek a kommunikáció- és információelméletben c. kiadványnak 420-525. oldala, Now Publ. Inc., Hollandia, 2004. (Szintén elérhető a Rényi Intézet www.renyi.hu honlapján, Csiszár Imre oktatási segédanyagainál.)

Alkalmazott analízis szakirány

Matematikai perkolációelmélet, BMETE95MM24, 2/0/0/f/3

A prekoláció jelensége, véletlen gráfok geometriája, fázisátmenet. Elemi eszközök: Harris egyenlőtlenség és p_c legegyszerűbb becslése. Végtelen klaszterek száma (unicitási tétel), a perkolációs valószínüség folytonossága p_c felett. Van den Berg-Kesten egyenlötlenség, Russo formula. Fürteloszlás exponenciális lecsengése szubkritikus esetben (Aizenman-Barsky és Menshikov tételei). Kétdimenziós problémák: 1. Gráfok dualitása, Sykes-Essam sejtés, Russo-Seymour-Welsh tétel. 2. Kesten és Russo tételei: $p_c + p^*_c = 1$. 3. Kritikus perkoláció konform-invarianciája, Cardy formula, S. Smirnov tétele.

A klasszikus mechanika matematikai módszerei, BMETE93MM12, 2/0/0/f/2

A variációszámítás alapfeladata. Euler–Lagrange differenciálegyenletek. Geometriai módszerek a mechanikában. Lagrange- és Hamilton-rendszerek. Legendre transzformáció. Hamilton-egyenletek. Szimmetriák és megmaradási tételek.

Irodalom:
V.I. Arnold: A mechanika matematikai módszerei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985

Numerikus módszerek 2 – Parciális differenciálegyenletek, BMETE92MM07, 2/0/2/v/5

Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: véges differencia módszer, multigrid módszer, végeselem módszer. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei: végeselem és véges differencia módszerek parabolikus és hiperbolikus feladatokra, Ritz- és Galjorkin-típusú módszerek. Stabilitás. CFL feltétel, von Neumann analízis. Lax ekvivalencia tétele. Operátorszeletelési eljárások és alkalmazásaik. Parciális differenciálegyenletek és numerikus megoldási módszereinek alkalmazásai: Maxwell-egyenletek és numerikus módszerei, származtatott tőzsdei termékek árazása, szilárdságtani feladatok, hővezetési egyenlet és numerikus megoldásainak kvalitatív vizsgálata, légszennyezés-terjedési modellek.

Irodalom:
Stoyan Gisbert, Takó Galina: Numerikus módszerek III, Typotex 1997
Alfio Quarteroni, Riccardo Sacco, Fausto Saleri: Numerical Analysis, Springer 2000
Stoyan Gisbert: Matlab, Typotex 2005
A.Quarteroni, A.Valli: Numerical Approximation of Partial DifferentialEquations, Springer-Verlag, Heidelberg, 1994, SCM Series n. 23.

Vektorterek a fizikában, BMETE92MM21, 2/0/0/f/2

A tenzorszorzat absztrakt definíciója és tulajdonságai. Lineáris leképezések tenzorszorzata és nyoma. A külső algebra alapvető tulajdonságai. Mátrixinvariánsok defíciója a tenzorszorzat segítségével, és kapcsolatuk a karakterisztikus egyenlettel. Hodge-operátor a külső algebrán. Differenciálható sokaságok alapjai. Divergencia, gradiens és Laplace-operátor sokaságokon. Külső deriválás. A téridőn értelmezett Maxwell-egyenletek koordinátamentes alakja. Maxwell-egyenletek felírása görbült téridőn. Gauss-Osztrogradszkij-Stokes féle integráltétel tetszőleges dimenziójú részsokaságra, számolási példákkal.

Mátrixanalízis, BMETE92MM03, 2/0/0/v/3

Lineáris terek, lineárisan független vektorok, bázis, lineáris leképezések és mátrixuk. Belső szorzat, Hilbert-tér, ortonormált bázis. Normák a mátrixtereken. Önadjungált és unitér mátrixok. Mátrixok sajátvektorai, sajátértékek és szinguláris értékek, valamint a lokalizációjuk. Pozitív definit mátrixok és tulajdonságaik. Mátrixok tenzorszorzata és Hadamard-szorzata, Schur-lemma, ezeknek a szorzatoknak az alkalmazásai. Mátrixok függvényei, a rezolvens és az exponenciális függvény tulajdonságai, Lie-Trotter formula. Mátrixfüggvények differenciálása. Egyenlőtlenségek: Mátrixmonoton és mátrixkonvex függvények, exponenciális, logaritmus- és hatványfüggvények. Blokkmátrixok tulajdonságai és használata. Mátrixok számtani és mértani közepe. Mátrixok alkalmazása lineáris differenciálegyenletek megoldására. Pozitív elemű mátrixok.

Irodalom:
Rajendra Bhatia: Matrix Analysis, Springer, 1997
Kérchy László: Bevezetés a véges dimenziós vektorterek elméletébe, Polygon, 1997
Petz Dénes: Lineáris analízis, Akadémiai Kiadó, 2002
Rózsa Pál: Lineáris algebra és alkalmazásai, Műszaki Könyvkiadó, 1976

Matematikai kémia, BMETE92MM09, 2/0/2/v/5

Az alkalmazott matematikus néhány fontos eszköze: Speciális függvények, Laplace-transzformáció, kvalitatív vizsgálatok, nemlineáris rendszerek, túl az elemi statisztikán, matematikai programcsomagok. Optimumszámítási modellek, differenciálegyenletek paramétereinek becslése.
Modellekről: statikus és dinamikus, diszkrét és folytonos, sztochasztikus és determinisztikus, lineáris és nemlineáris modellek.
A fizikai kémia problémái. A homogén reakciókinetika modelljei és problémái. Sztöchiometria: lineáris algebrai és számelméleti módszerek. Tömeghatás típusú kinetika: gráfokon értelmezett differenciálegyenletek. Egyensúly, oszcilláció, káosz. Érzékenységvizsgálat. Modellredukció. Sztochasztikus reakciókinetika: ugró Markov-folyamatok. Biokémiai alkalmazások, enzimkinetika, farmakokinetika, gyógyszeradagolás, gyógyszertervezés. Kvantitatív összefüggések molekulák szerkezete és hatása között. Kvantumkémiai alkalmazásokról. Neurobiológia. Reakció-diffúzió-modellek. Mintázatképződés kémiai, biológiai és közgazdasági modellekben.

Irodalom:
Bazsa Gy. (szerk.): Nemlineáris dinamika és egzotikus kinetikai jelenségek kémiai rendszerekben, Egyetemi jegyzet (Kézirat), Debrecen, Budapest, Gödöllő, 1992
Érdi, P., Tóth, J.: Mathematical Models of Chemical Reactions. Theory and Applications of Deterministic and Stochastic Models, Princeton University Press, Princeton, 1989
Feinberg, M.: Lectures On Chemical Reaction Networks (Lecture notes)
www.che.eng.ohio-state.edu/~FEINBERG/LecturesOnReactionNetworks/
Farkas Miklós: Dynamical Models in Biology, Academic Press, New York, 2001
Murray, J. D.: Mathematical biology, Springer, 2004

Operátorelmélet, BMETE92MM05, 3/1/0/v/5

Hilbert terek alapfogalmait ismertnek feltételezzük. Zárt és lezárható operátorok, a zárt gráf tétel. A spektrálelmélet alapjai zárt operátorokra. Zárt szimmetrikus és önadjungált operátorok. Szimmetrikus operátor és önadjungált kiterjesztése. Hermitikus forma által definiált operátorok. Zárt normális operátorok.

Véges rangú és kompakt operátorok. Hilbert–Schmidt operátorok. Mátrix operátorok.

Integrálás spektrál mértékre vonatkozóan. Zárt önadjungált operátorok spektrálfelbontása és spektrumának tulajdonságai. Normális operátorok spektrálfelbontása.

Szimmetrikus operátorok kiterjesztései: defekt indexek és Cayley transzformáltak. Kiterjesztés a Hilbert tér bővítésével: Najmark tétele. Önadjungált kiterjesztések és spektrumaik. Analitikus vektorok. Önadjungált operátorok perturbációja. Scattering. Egyoldali eltolás operátora, Wold–Neumann felbontás. Kétoldali eltolás. Kontrakciók. Invariáns vektorok, kanonikus felbontás. Kontrakció izometrikus és unitér dilatációja.

Operátorok Banach terekben. Holomorf függvények és kontúrintegrálok. Holomorf függvénykalkulus korlátos, ill. zárt operátorokra. Kompakt operátorok. A Riesz–Schauder elmélet. Nöther és Fredholm operátorok. Operátor félcsoportok Banach terekben. Lineáris rendszerek operátorelméleti alapjai.

Banach algebrák. Spektrum. Holomorf függvénykalkulus. Ideálok. A Gelfand transzformáció. C*-algebra elemének spektruma. A Gelfand–Najmark kommutatív tétel. C*-algebrák reprezentációja.

Irodalom:

I. Gohberg, S. Goldberg and M.A. Kaashoek: Basic classes of linear operators. Birkhauser, Basel, 2003

J. Weidmann: Linear operators in Hilbert space. Springer, Berlin, 1980

M. Birman and M. Solomyak: Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. Leningrad, 1980 (in Russian. There is also an English translation of the book).

Potenciálelmélet, BMETE92MM04, 2/0/0/f/3

Motiváció: elektrosztatika. Dirichlet probléma, Brown mozgás. Logaritmikus potenciál: minimumelv, extremális mérték, egyensúlyi potenciál, mérték és potenciál kapcsolata. Súlyozott polinomok: súlyozott Fekete-pontok, transzfinit átmérő, Csebisev-polinom. Dirichlet probléma nem folytonos ill. nem korlátos peremfeltétellel. (Perron-Wiener-Brelot megoldás, súlyozott terek, harmonikus mérték.) Regularitási problémák, kisöprési mérték, Brown-mozgás és harmonikus mérték kapcsolata.

Irodalom:

D. R. Adams and L. I. Hedberg, Function Spaces and Potential Theory, Springer, 1996

V. I. Fabrikant, Mixed Boundary Value Problems of Potential Theory and their Aplications in Engineering, Kluwer Acad. Publ. Group, Netherlands, 1991

J. L. Dob, Classical Potential Theory and Its Probabilistic Counterpart, Springer, 1984

O. D. Kellogg, Foundations of Potential Theory, Springer, 1929

H. N. Mhaskar, Introduction to the Theory of Weighted Polynomial Approximation, World Scientific, 1996

(Szerk.) K. Nagy, Elméleti fizikai példatár, Tankönyvkiadó, 1981

T. Ransford, Potential Theory in the Complex Plane, Camridge Univ. Press, 1994

E. B. Saff and V. Totik , Logarithmic Potentials with External Fields, Springer, 1997

Inverz szórási feladatok, BMETE92MM08, 2/0/0/v/3

A látás, a radar, az ultrahangos orvosi vizsgálat, a földkéreg szerkezetének kutatása, az elemi részecskék közti kölcsönhatások vizsgálata csak néhány példa inverz szórási feladatokra. A kurzus célja ezen problémák matematikai apparátusának bemutatása, bevezető jelleggel. A főbb témakörök: Időfüggő felépítés: hullámoperátor, szórási operátor, szórásmátrix. Időfüggetlen felépítés: szórásamplitúdó, Lippmann–Schwinger egyenlet. Dirichlet-to-Neumann operátor, Sylvester–Uhlmann alaptétel. Akusztikus szórás, elektromágneses szórás. Egy- és háromdimenziós kvantum-szórási feladatok. A kvantummechanikai soktest-probléma.

Irodalom:

V. Isakov, Inverse Problems for Partial Differential Equations, Springer, New York 1998
D. Yafaev, Scattering Theory: Some Old and New Problems, Springer, Berlin, 2000
D. Colton and R. Kress, Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, Springer, Berlin 1998
M. Reed and B. Simon, Methods of Modern Mathematical Physics III: Scattering Theory, Academic Press 1979
K. Chadan and P. Sabatier, Inverse Problems in Quantum Scattering Theory, Springer 1989

A klasszikus mezőelméletek geometriája, BMETE94MM11, 2/0/0/f/2

Klasszikus elektrodinamika: a Maxwell-egyenletek formás alakja; a vektorpotenciál bevezethetősége kohomologikus szempontból; mérce-transzformáció; az elektrodinamika reprezentációja spinormezőkön; a Diracegyenlet; mágneses monopólusok az elektrodinamikában: a Dirac-féle töltéskvantálás. A Riemann-geometria elemei: differenciálható sokaságok feletti vektornyalábok definíciója, példák; kovariáns deriválás (konnexió, párhuzamos eltolás) vektornyalábokon; a görbületi tenzor előállítása a párhuzamos eltolás sorfejtése segítségével; a Riemann görbületi tenzor és annak szimmetriái. Az általános relativitás-elmélet elemei: az SO(4) csoport véges dimenziós komplex reprezentációinak osztályozása; a Riemann görbületi tenzor invariáns dekompozíciója: a skalárgörbület, a nyomtalan Ricci-tenzor és aWeyl-tenzorok bevezetése; a vákuum Einstein-egyenlet (e fogalmak áttekintése Lorentz-esetben is). A Yang–Mills-elmélet elemei: A Yang–Mills-egyenletek; (anti)önduális konnexiók (insztantonok) fogalma, Atiyah, Hitchin, Singer tételei. Komplex- és majdnem komplex sokaságok: definíciója, holomorf vektornyalábok; tenzorok felbontása majdnem komplex sokaságok felett; a majdnem komplex-sokaságok integrálhatóságára vonatkozó Newlander–Nirenberg-tétel kimondása. A tvisztor-tér fogalma: egy négydimenziós irányított Riemann-sokaság tvisztor-tere; ezen kanonikus majdnem komplex struktúra előállítása; a majdnem komplex struktúra integrálható, ha a Riemann-sokaság félig konformálisan lapos (Penrose, Atiyah–Hitchin–Singer); példák tvisztorterekre: a kerek S4 tvisztor-tere CP3 és ennek csodálatos geometriája. Az ADHM-konstrukció: az (anti)öndualitási-egyenletek megoldása tvisztor-terekkel.

Irodalom:

Fizika és geometria (Fizikus-matematikus nyári iskola, Óbánya, 1997) Szerk.: Barnaföldi G., Rimányi R., Matolcsi, T., MAFIHE, Budapest (1999)
R.S. Ward, R.O. Wells: Twistor geometry and field theory, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1991)
R.M. Wald: General relativity, University of Chicago press, Chicago (1984)

A statisztikus fizika matematikai módszerei, BMETE959730, 2/0/0/v/3

Valószínűségszámítási bemelegítés: határeloszlástételek, nagy eltérés tétel. A statisztikus fizika matematikai megfogalmazása: Gibbs mértékek, kapcsolat nagyeltérés elmélettel; A fázisátmenetek problémája. Mean-field (átlag mező) elméletek: a kritikus fluktuációk leírása – Ellis-Newman tétele. Ising- és rácsgáz modellek. Magas hőmérséklet: sorfejtések, analitikusság, Kirkwood-Salsburg egyenletek. Fázisátmenetek matematikája: Lee-Yang tétel; Peierls féle kontúr módszer. Korrelációs egyenlőtlenségek (Griffeaths, Fortuin-Kasteleyn-Ginibre). Folytonos szimmetriájú modellek: klasszikus Heisenberg modell. 2-dimenzióban nincs fázisátmenet: Mermin-Wagner tétel. $d = 3$-ban van fázisátmenet: Fröhlich-Simon-Spencer tétel.

Operációkutatás szakirány

Nemlineáris programozás, BMETE93MM04, 3/1/0/v/5

Előkövetelmény: **Lineáris programozás**

1. Optimalitás feltételei: Elsőrendű szükséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Másodrendű szükséges + elégséges feltételek (feltétel nélküli optimalizálás). Konvex (és konkáv) függvények tulajdonságai, minimalizálás és maximalizálás. Ponthalmaz leképezések, zártság, összetett leképezések, globális konvergencia-tétel.

2. Vonal menti optimalizálás: Konvergencia-sebesség, Armijo szabály. Fibonacci, aranymetszés, Newton módszer vonal menti optimalizálásra. Görbe illesztéses algoritmusok, pontatlan vonal menti optimalizálás zártsága.

3. Feltétel nélküli optimalizálás: Legmélyebb leszállás algoritmusa, Kantorovich egyenlőtlenség, konvergenciasebesség. Newton módszer. Koordinátánkénti minimalizálás, konvergencia és zártság, távolságtartó lépések. Konjugált irányok, kiterjeszkedő alterek. Konjugált gradiens módszer, optimalitása. A részleges konjugált gradiens módszer, konvergenciasebesség. Nem-kvadratikus problémák, Fletcher–Reeves, PARTAN Kvázi-Newton módszerek, legmélyebb leszállás és Newton módszer kombinációja.

Legkisebb négyzetek módszere, Gauss–Newton és Levenberg–Marquardt algoritmus

4. Feltételek melletti optimalizálás: Tangens sík, regularitás – feltételek karakterizálása. Elsőrendű szükséges feltételek. Másodrendű szükséges és elégséges feltételek. Primál módszerek, megengedett irányok (Zoutendijk).

Aktív halmaz stratégia, munkahalmaz, Langrange szorzók szerepe, érzékenység. Kuhn–Tucker tétel.

Gradiensvetítés, lineáris feltételek esetén, nemlineáris feltételek esetén. A redukált gradiens módszer. Büntető és korlát függvények módszerei. Lokális dualitás tétel. Duál és metszősík módszerek. Lineáris komplementaritási feladat. A kvadratikus programozási feladat és a komplementaritási feladat kapcsolata. Belsőpontos algoritmusok.

Irodalom:
D.G. Luenberger: Linear and Nonlinear Programming, second edition, Addison Wesley, 1984.
M.S Bazaraa, H.D.Sherali, C.M.Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms, John Wiley and Sons, New York, 1993.
E.deKlerk, C.Roos, T.Terlaky: Nemlineáris optimalizálás, Operációkutatás sorozat, No. 5., Aula kiadó.

Kombinatorikus optimalizálás, BMEVISZM029, 3/1/0/v/5

Gráfelméleti algoritmuscsaládok (legrövidebb út, párosítás, hálózati folyamok, a PERT-módszer) átismétlése, nevezetes NP-teljes feladatok a gráfelméletben (pontszínezés, független pontok maximális száma, maximális klikk-méret, Hamilton-kör és -út létezése, az utazó ügynök problémája, irányított köröket lefogó maximális halmazok) és rokon területeken (az egészértékű programozás alapfeladata, a többtermékes folyamprobléma). A lineáris programozás dualitás tételének alkalmazásai, egészértékű programozás, kombinatorikus optimalizálási feladatok, totális unimodularitás: maximális összsúlyú teljes párosítás (optimal assignment), minimálköltségű folyamprobléma egytermékes hálózatban. Matroidok definíciója, bázis, kör, rang, dualitás, minorok. Grafikus és koordinátázható matroidok, Tutte és Seymour tételei. Orákulumok, mohó algoritmus, k-partíció és 2-metszet algoritmus, a 3-metszet probléma, polimatroidok. Polinomrendű algoritmusokkal megoldható nevezetes műszaki problémák: a) a villamos hálózatok klasszikus elméletében (ellenálláshálózatok egyértelmű megoldhatósága, gráfok kör- és vágásmátrixainak tulajdonságai, általánosítás passzív és/vagy nonreciprok hálózatokra), b) a nagybonyolultságú áramkörök tervezésében (egyetlen pontsor huzalozása a Manhattan-modellben, csatornahuzalozás a különféle modellekben, az éldiszjunkt modell alkalmazása) és c) a rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdésekben (merevség, infinitezimális merevség, genetikus merevség, Laman tétele, Lovász és Yemini algoritmusa, a síkbeli rúdszerkezetek minimális számú csuklóval való lefogásának problémája, négyzetrácsok merevítésének kombinatorikus kérdései).

Irodalom:
Jordán Tibor, Recski András és Szeszlér Dávid: Kombinatorikus optimalizálás, Typotex Kiadó, Budapest, 2004

Sztochasztikus programozás, BMETE93MM05, 3/1/0/v/5

Statisztikai döntési elvek. Pétervári probléma, Bernoulli-elv és az újságárus probléma, holland gátmagasítási probléma, 'safety first' elv, Marschak döntési elv, a Bayes-i döntési elv, Markowitz elv, játékelmélet, Neumann János tétele.

Konvexitási tételek. A logkonkáv mértékek elmélete. Általános konvexitási tételek. Valószínűségi eloszlásfüggvények konkávitási és kvázi-konkávitási tételei.

Statikus sztochasztikus programozási modellek. Valószínűség maximalizálás. Egyedi, illetve együttes valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok elmélete és megoldási módszerei. Feltételes várható értéket tartalmazó modellek. Véletlen célfüggvényes modellek. Büntetéses sztochasztikus programozás elmélete és speciális esetekre vonatkozó megoldási módszerei: diszkrét eloszlás, egyenletes eloszlás esete.

Dinamikus sztochasztikus programozási modellek. Kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat és matematikai tulajdonságai. Diszkrét valószínűségi vektorváltozóra vonatkozó kétlépcsős sztochasztikus programozási feladat megoldása bázis dekompozíciós módszerrel. A Wets-féle , 'L-shaped' megoldási módszer. A sztochasztikus dekompozíció és a feltételes sztochasztikus dekompozíció módszere. Sztochasztikus kvázi-gradiens módszerek. Többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok. Bázis dekompozíció és 'L-shaped' megoldó módszer a többlépcsős sztochasztikus programozási feladatok esetében.

A sztochasztikus programozás néhány alkalmazása. Elektromos energia véletlen hatások melletti termelése és kapacitás bővítése. Erőművi megbízhatósági elemzések. Tó vízkészlet szabályozása. Tározók optimális irányítása. A PERT probléma. Pénzügyi modellek.

Irodalom:
A. Prékopa: Stochastic Programming, Kluwer Academic Publishers, Budapest, 1995

Operációkutatási programrendszerek, BMETE93MM06, 0/0/2/f/2

A tantárgy célja kettős, egyrészt hogy az operációkutatás egyszerűbb algoritmusai számítógépes kódjának az elkészítésével a hallgatók számítógépes programozói gyakorlatra tegyenek szert, másrészt hogy jártasságot szerezzenek a kész operációkutatási szoftverek használatában. A lineáris programozási feladatok standard leírási módja, az MPS adatformátum, illetve a legfontosabb algebrai modellezési nyelvek (GAMS, AMPL, AIMMS) és az azokhoz kapcsolt lineáris, egészértékű, nemlineáris és sztochasztikus programozási szoftverek (CPLEX, MINOS, SNOPT, LOQO, LGO) ismertetése.

Irodalom:
I. Maros: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer Academic Publishers, 2003
J. D. Pintér: Global Optimization in Action, Continuous and Lipschitz Optimization: Algorithms, Implementations and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1996

Irányítási rendszerek, BMETE93MM07, 2/0/0/v/3

Irányítási rendszerek fogalma, példák irányítási rendszerekre. Lineáris rendszerek tulajdonságai: irányíthatóság, megfigyelhetőség, stabilizálhatóság. Kanonikus alakok, lineáris rendszerek struktúrája. Állapotmegfigyelők. Realizáció. Optimális irányítási feladat. Dinamikus programozás véges feladatra. Dinamikus programozás általános rendszerre. A Hamilton–Jacobi–Bellman egyenlet. Lineáris-kvadratikus feladat. A pályakövetés feladata. Végtelen időintervallumon tekintett feladat.

Irodalom:
E. D. Sontag: Mathematical Control Theory, 2nd ed. (1998)
Gyurkovics Éva: Irányítási rendszerek, www.math.bme.hu/~gye/OktAny.htm

Bevezetés a közgazdasági dinamikába, BMETE93MM08, 3/1/0/v/5

A hagyományosan statikus közgazdaságtan az utóbbi évtizedekben egyre nagyobb figyelmet fordít a dinamikus közgazdaságtani modellezésre. A fizikához és a biológiához képest itt sokkal fontosabb a diszkrét idejű rendszerek elemzése. A dinamikus optimalizálás nemcsak technika, hanem sokak számára az egyedül lehetséges közgazdasági megközelítés. A téma további megkülönböztető sajátossága, hogy a várakozásokon keresztül nemcsak a múlt, de a jövő(kép) is befolyásolja a jelent. A tantárgy a szükséges matematikai eszközök mellett nagy súlyt helyez a legfontosabb közgazdasági modellek ismertetésére: optimális növekedés, együttélő korosztályok.

A tárgy felépítése: Lineáris differenciaegyenletek: készletjelzéses szabályozás. Nemlineáris differenciaegyenletek: stabilitás, ciklus és káosz. Differenciálegyenletek: növekedési modell, árigazodási modell. Dinamikus programozás: optimális halászat. Optimális folyamatok: optimális növekedés és felhalmozás. Együttélő nemzedékek modelljei. Együttélő korosztályok modelljei

Irodalom:
Simonovits, A.: Matematikai módszerek a dinamikus közgazdaságtanban, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1998

Játékelmélet, BMETE93MM09, 2/0/0/f/3

A tárgy bevezetést nyújt a játékelméletetbe, különösen annak nem-kooperatív változatába.

A játékelmélet olyan gazdasági, politikai, katonai stb. helyzeteket modellez, ahol több szereplő optimalizálja a célfüggvényét, amely értéke a többi szereplő döntésétől is függ. A játékelmélet napjainkban a közgazdaságtan alaptudományává válik, amely segítséget nyújt a monopolhelyzetek modellezéséhez, az optimális árverés rendszerének kidolgozásához és még sok más kérdés megválaszolásához.

Az előadások szerkezete a következő: Nem kooperatív játékelmélet. Nash egyensúly. Tökéletes egyensúly. Bayes-i egyensúly.

Irodalom:
Tirole, J. (1988): The Theory of Industrial Organization, Chapter 11, MIT Press, Cambridge, MA.

Ökonometria, BMETE93MM10, 0/0/2/f/2

Kétváltozós kapcsolatok: lineáris regresszió, legkisebb négyzetes (LS) becslés és statisztikai tulajdonságai, Gauss-Markov tétel, predikció. Többváltozós lineáris regresszió korrelálatlan, azonos szórású hiba, illetve általános hibafolyamat esetén, általános Gauss-Markov tétel, előrejelzés, multikollinearitás.

Általánosított LS módszer, speciális esetek (autokorrelált zaj, nem azonos szórású korrelálatlan zaj), segédváltozók (IV) módszere.

Idősorok elemzése: stacionaritás, autokorreláció, fehérzaj folyamat, speciális modellek (lineáris szűrők, autoregresszív (AR) folyamat, mozgóátlag (MA) folyamat, ARMA folyamatok). Paraméterbecslés (ML-becslés), előrejelzés. Integrált és kointegrált folyamatok (ARIMA modellek), trend, szezonalitás.

Spektrálreprezentáció, periodogram és becslése, spektrum becslése.

Többváltozós modellek: VAR(1) folyamatok, n-dimenziós ARMA folyamatok, stacionaritás, stabilitás, Lyapunov egyenlet.

Frakcionálisan integrált folyamatok, ARFIMA modellek, hosszú emlékezetű folyamatok és becslésük.

Sztochasztikus volatilitás modellek: ARCH és GARCH folyamatok, bilineáris folyamatok és jellemzőik, stacionaritás, paraméterbecslés, állapottér reprezentáció.

Alkalmazások: pénzpiaci hozamok idősorának vizsgálata, biológiai adatok elemzése.

Irodalom:
Tusnády G. - Ziermann M.: Idősorok analízise, Műszaki, 1986
Ramu Ramanathan: Bevezetés az ökonometriába, PANEM, Budapest, 2003
G.E.P Box and G.M. Jenkins: Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, 1970

Pénzügy-matematika szakirány

Nemparaméteres statisztika, BMETE95MM20, 2/0/0/v/3

Sűrűségfüggvény-becslés: Eloszlásbecslés, L1 hiba. Hisztogram. Magfüggvényes becslés.

Regressziófüggvény-becslés.: Négyzetes hiba. Regbressziófüggvény. Partíciós, magfüggvényes, legközlebbi szomszéd becslés. Empirikus hibaminimalizálás.

Alakfelismerés: Hibavalószínűség. Bayes döntés. Partíciós, magfüggvényes, legközelebbi szomszéd módszer. Empirikus hibaminimalizálás.

Portfólió-stratégiák: Log-optimalitás, empirikus portfólió-stratégiák. Tranzakciós költség.

Irodalom:
L. Devroye, L. Györfi: (1985) Nonparametric Density Estimation: the, Wiley. Russian translation: Mir, 1988
L. Devroye, L. Györfi, G. Lugosi: (1996) Probabilistc Theory of Pattern Recognition, Springer, New York
L. Györfi, M. Kohler, A. Krzyzak, H. Walk: (2002) A Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression, Springer, New York

Statisztikai programcsomagok 2, BMETE95MM09, 0/0/2/f/2

A kurzus célja a statisztika modern számítógépes eszközeinek áttekintése a szükséges elméleti háttér ismertetésével.

1. SPSS használata programmódban. Felhasználói programrészletek írása. A programok outputjainak értelmezése (az ott fellépő statisztikák jelentése és angol elnevezése) és ennek megfelelően a paraméterek beállítása.
2. S+ és R programcsomag használata és az SPSS-ben nem található új algoritmikus modellek áttekintése (bootstrap, jackknife, ACE).
3. Konkrét alkalmazás: Egy konkrét adatrendszer részletes elemzése S+-ban.

Irodalom:
K. V. Mardia, J. T. Kent, M. Bibby: Többváltozós analízis, angolul, Academic Press, New York, 1979
Ketskeméty, L., Izsó, L., Bevezetés az SPSS programrendszerbe, ELTE Kiadó, Budapest, 2005
S+ vagy R Felhasználói útmutató (a programcsomaggal együtt letölthető)

Biostatisztika, BMETE95MM25, 0/2/0/f/3

Bevezetés az epidemiologiába. Klasszikus epidemiologiai esettanulmányok. Előrejelzések, modellek. Többváltozós logisztikus regesszió. Túlélés analízise. Torzítások az epidemiologiai esetekben. Példák, esettanulmányok, a SAS szoftver használata.

Irodalom:
Kenneth J. Rothman: Epidemiology – an Introduction,
David W. Hosmer, Stanley Lemeshow, Rodney X. Sturdivant: Applied Logistic Regression,
David W. Hosmer, Jr. and Stanley Lemeshow: Applied Survival Analysis: Regression Modeling of Time to Event Data

Markov-folyamatok és martingálok, BMETE95MM07, 3/1/0/v/5

1. Martingálok: Ismétlés (Feltételes várható érték és toronyszabály, valószínűségi konvergenciatípusok és kapcsolataik, martingálok, megállított martingálok, Doob dekompozíció, kvadratikus variáció, maximál-egyenlőtlenségek, martingál konvergencia tételek, opcionális megállítás tétel, lokális martingálok). Martingálok konvergenciahalmazai, a négyzetesen integrálható eset. Alkalmazások (pl. Gambler's ruin, urnamodellek, szerencsejáték, Wald-azonosságok, exponenciális martingál). Martingál CHT, alkalmazások. Höffding–Azuma egyenlőtlenség és alkalmazásai (pl. utazó ügynök probléma)
2. Markov láncok: Ismétlés (definíciók, állapotok osztályozása, stacionárius eloszlás, reverzibilitás, tranziencia-(null-)rekurrencia). Elnyelési valószínűségek. Martingálok alkalmazásai, Markov-lánc CHT. Markov-láncok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-láncokra. Bolyongások és elektromos áramkörök.
3. Felújítási folyamatok: Laplace transzformált, konvolúció. Felújítási folyamat, felújítási egyenlet. Felújítási tételek, regeneratív folyamatok. Stacionárius felújítás, felújítási paradoxon. Sorbanállási alkalmazások
4. Pontfolyamatok: Pontfolyamatok definíciója. Poisson pontfolyamat egy és több dimenzióban. Poisson folyamat transzformációi (jelölés és ritkítás, transzformálás függvénnyel, alkalmazások). Poisson pontfolyamatból származtatott pontfolyamatok
5. Diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: Ismétlés (generátor, kapcsolat Markov-láncokkal, Kolmogorov előre és hátra egyenlet, állapotok osztályozása, tranziencia-(null-)rekurrencia, stacionárius eloszlás). Reverzibilitás, MCMC. Abszorbciós valószínűségek és elérési idők. Martingálok alkalmazásai (pl. ugró folyamatok kompenzátora). Markov-folyamatok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-folyamatokra. Lokálisan diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: generátor tesztfüggvényeken

Irodalom:
Karlin, S.; Taylor, H. M.: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest
Lindvall, T.: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
Norris, J. R.: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
Resnick, S.: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.
Rosenblatt, M.: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.
Williams, D.: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.

Sztochasztikus differenciálegyenletek BMETE95MM08 3/1/0/v/5

Előkövetelmény:
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai ÉS **Markov-folyamatok és martingálok**

Bevezetés, ismétlés: Ito-integrál Wiener-folyamat szerint, integrálás folytonos martingál szerint, többdimenziós sztochasztikus integrál.

Lokális idő: Egydimenziós bolyongás lokális ideje, inverz lokális idő, diszkrét Ray–Knight-tétel. Egydimenziós Brown-mozgás lokális ideje és a folytonos Ray–Knight-tétel. Tanaka-formula és alkalmazásai. Szkorohod-tükrözés, tükrözött Brown-mozgás, P. Lévy egy tétele.

Sztochasztikus differenciálegyenletek: A diffúziós alappéldák (Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, exponenciális Brown) SDE-i. Transzformált diffúzió SDE-je. Gyenge és erős megoldások, létezés, egyértelműség, nem-egyértelműség. Peremfeltételek és az infinitezimális generátor pontos értelmezése. Sztochasztikus differenciálegyenletek alkalmazásai fizikában, populáció dinamikában, gazdaságtudományban.

Diffúziók: Alappéldák: Ornstein–Uhlenbeck-, Bessel-, Bessel-squared-folyamatok, geometriai Brown-mozgás. Diffúziók, mint sztochaszikus integrálok és mint Markov-folyamatok. Infinitezimális generátor, sztochasztikus félcsoport. A martingál-probléma. Kapcsolat parabolikus és elliptikus parciális differenciálegyenletekkel. Feynman–Kac-formula. Idő-csere és Cameron–Martin–Girszanov-formula.

Egydimenziós diffúziók sajátosságai: Skála-függvény és sebesség-mérték. Peremfeltételek egy pontban. Idő-megfordítás. Alkalmazások konkrét folyamatokra.

Speciális kiegészítő fejezetek: Brownian excursion, kétdimenziós Brown-mozgás, SLE, Markov-folyamatok additív funkcionáljai.

Irodalom:
K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. Second edition. Birkauser, 1989
N. Ikeda, S. Watanabe: Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd edition. North Holland, 1989
K. Ito, H.P. McKean: Diffusion processes and their sample paths. Springer, 1965
J. Jacod, S.N. Shiryaev: Limit theorems for stochastic processes. Springer, 1987
S. Karlin, H.M. Taylor: A second course in stochastic processes. Academic, 1981
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. 3rd edition. Springer, 1999
válogatott cikkek, előadó jegyzetei

Pénzügyi folyamatok, BMETE95MM14, 2/0/0/f/3

Diszkrét modellek: optimális parkolás, stratégia kedvező és kedvezőtlen helyzetben.

Önfinanszírozó stratégiák, arbitrázsmentes piacok, teljesség. Amerikai, európai, ázsiai opciók. Ismétlés: bináris modell, martingál módszer. Diszkrét modellben nem teljes piac árazása.

Black és Scholes elmélete: martingál mérték, Itô-féle reprezentációs tétel. Black-Scholes modell alkalmazásai, megengedett stratégiák.

Tőkeárazási modellek (CAPM). Portfóliók fajtái, értékpapírpiaci egyenes, tőkepiaci egyenes, piaci egyensúly, tőkepiaci egyensúly.

Opciók árazása GARCH modellekkel. Az optimális befektetések problémája. Extrémérték elmélet, maximumok eloszlása, rekordok eloszlása.

Irodalom:
J. Michael Steele, *Stochastic Calculus and Fiancial Applications,* Springer, New York, 2001.
Barry C. Arnold, N. Balakrishnan, H. N. Nagaraja, *Records,* John Wiley and Sons, 1998.
Fritz József: Pénzügyi matematika, kézirat
előadó jegyzetei, cikkek

Dinamikus programozás a pénzügyi matematikában, BMETE93MM14, 2/0/0/v/3

Optimális stratégiák, diszkrét modellek. A dinamikus programmozás alapelve. Kedvezőtlen és kedvező játékok, merész és óvatos stratégiák. Optimális parkolás, nagybeszerzés tervezése. Lagrange mechanika, Hamilton-Jacobi egyenlet. Viszkózus közelítés, Hopf-Cole transzformáció, a Hopf-Lax féle infimum-konvoluciós formula. Determinisztikus optimális kontroll, optimális beruházás stratégiája, az általános Hamilton-Jacobi egyenlet viszkózus megoldásai. Pontrjagin maximum elve, feltételes szélséreték keresése függvénytérben. Sztochasztikus modellek optimális kontrollja, a Hamilton-Jacobi-Bellman egyenlet.

Irodalom:

Pénzügyi matematika, www.math.bme.hu/~jofri

L.C. Evans: Partial Differential Equations, AMS, Providence, R.I., 1998.

Extrémérték elmélet, BMETE95MM16, 2/0/0/v/3

Centrális határeloszlás tételek áttekintése, normális eloszlás vonzási tartománya, stabilis eloszlások, alfa-stabil eloszlások vonzási tartománya, Max-stabilis eloszlások, Fisher-Tippet tétel, Standard extrémérték eloszlások, Poisson approximáció, maximum vonzási tartománya, általános extrémérték eloszlások, reguláris változású függvények és tulajdonságaik, Frechet és Weibull eloszlások maximum vonzási tartományának karakterizációja. Gumbel eloszlás. Általánosított Pareto eloszlás. A többlet határeloszlása. Paraméter becslési módszerek, gazdasági, pénzügyi alkalmazások.

Irodalom:

A. J. McNeil, R. Frey, P. Embrechts: Quantitative Risk Management Priceton University Press, 2005.

B.C. Arnold, N. Balakrishnan, H.N.Nagaraja: Records John Wiley and Sons

Biztosításmatematika 2, BMETE95MM17, 2/0/0/f/3

a) Biztosítási alaptípusok: Élet, nem élet ág. Nem élet biztosításon belül vagyon, felelősség, baleset, egészség.

b) Egyéni kockázat modellje

– Kárösszeg meghatározása, Normális közelítés

c) Nevezetes kárszám eloszlások (Poisson, negatív binomiális stb.)

d) Nevezetes káreloszlások (Exponenciális, gamma, Pareto, lognormális stb.)

e) Összetett kockázat modellje

– Panjer-rekurzió, Összetett Poisson eloszlások

f) Díjkalkulációs elvek

– Klasszikus díjelvek: várhatóérték elve, maximális veszteség elve, kvantilis elv, szórás, ill. szórásnégyzet elve

– Átlagos érték elve

– Elméleti díjelvek: zéró hasznosság elve, svájci díjkalkulációs elv, veszteségfüggvény elv.

g) A díjkalkulációs elvek tulajdonságai (Várható érték túllépése, no-ripoff feltétel, Rendezés megtartás, Homogenitás, additivitás, eltolás invariancia, Iterálhatóság, szubadditivitás)

h) Credibility elmélet. Bühlmann modell. Bühlmann–Straub modell. Tapasztalati díjszámítás.

i) Bónusz rendszerek. Kármentességi díjvisszatérítések, engedmények. Bónusz-málusz rendszer.

j) Tartalékszámítás. Meg nem szolgált díjak tartaléka, függőkár. IBNR, matematikai tartalék, kifutási háromszög stb.

Irodalom:

George E. Rejda: Principles of Risk Management and Insurance

Arató Miklós: Általános biztosításmatematika. ELTE jegyzet, 2000

Többváltozós statisztika gazdasági alkalmazásokkal, BMETE95MM18, 2/0/0/f/2

Többdimenziós Centrális Határeloszlás Tétel és alkalmazásai. A statisztikában használt véletlen mátrixok (Wishart-, Wigner-mátrixok) sűrűsége, spektruma és aszimptotikus eloszlása. Sajátértékekre és szinguláris értékekre vonatkozó szeparációs tételek alkalmazása a főkomponens-, faktor-, kanonikus korreláció- és korrespondanciaanalízisben. Faktoranalízis, mint alacsony rangú reprezentáció, reprezentáció és metrikus klaszterező eljárások kapcsolata. Klasszifikációs módszerek: diszkriminanciaanalízis, hierarchikus, k-közép és gráfelméleti módszerek a klaszteranalízisben. Gráfok spektruma és becsülhető paraméterfüggvényei.

Algoritmikus modellek, tanulóalgoritmusok. EM-, ACE-algoritmus, Kaplan–Meier-becslések. Újramintavételezési eljárások: bootstrap és jackknife. Adatbányászati alkalmazások, randomizált módszerek nagyméretű problémákra. A többváltozós statisztikai módszerek használatának és angol nevezéktanának elsajátítása egy programcsomag segítségével (SPSS vagy S+), output eredmények alkalmazásorientált elemzése.

Irodalom:
M. Bolla, A. Krámli: Statisztikai következtetések elmélete, Typotex, Budapest, 2005
K. V. Mardia, J. T. Kent, J. M. Bibby: Többváltozós analízis (angolul), Academic Press, Elsevier Science, 1979, 2003

Közgazdasági idősorok elemzése, BMEGT30M0xx, 2/0/0/f/2

Rövid bevezetés után, a stúdiumok első részében, általánosítjuk a korábban már megismert hagyományos növekedési és konjunktúra-modelleket. Ennek során kitérünk olyan kérdésekre, mint a fejlődés finanszírozása, a humán tőke szerepe, a költségvetési deficit dinamikája, az endogén népességi növekedés, az egészség-gazdaságtan, a megújuló természeti erőforrások. Ezt követi az időinkonzisztencia problémájának a tárgyalása (mind a pénzpolitikában, mind a költségvetési politikában), amely – a különböző várakozások elemzésén keresztül – átvezet dinamikus játékelméleti megközelítésekhez. Ezzel lehetőség nyílik arra, hogy a makrogazdasági jelenségek mikroökonómiai megalapozását adjuk meg. A gazdasági evolúció modelljeinek a bemutatásával lezárjuk a kurzust.

Irodalom:
Dowrick, S., Pitchford, R., Turnovsky, S. (ed.): Economic Growth and Macroeconomic Dynamics. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
Huber, B.: Optimale Finanzpolitik und zeitliche Inkonsistenz. Physica-Verlag, Heidelberg, 1996.
Turnovsky, S.: Methods of Macroeconomic Dynamics, MIT Press, Cambridge (Mass.), 2000.
Vega-Redondo, F.: Evolution, Games, and Economic Behaviour. Oxford University Press, Oxford, 1996.

Idősorelemzések pénzügyi alkalmazásokkal, BMETE95MM26, 2/0/0/f/3

ARMA modellek, fehét zaj, eltolás operátor és polinomjai, autókorreláció, keresztkorreláció, autókovariancia, alapvető reprezentáció, állapottér reprezentáció, ARMA modellek előrejelzése, impulzus-válasz függvény, stacionárius ARMA modell, vektor autóregresszió(VAR), Sims és Blanchard-Quah ortogonalizáció, szórásfelbontás, VAR állapottérben, Granger okozat, spektrál reprezentáció, spektrálsürüség, szűrők, szűrt sorok spektruma, szűrők konstruálása, Hodrick-Prescott szűrő, véletlen bolyongás, Beveridge-Nelson felbontás, Bayes-féle vektor autóregresszió (BVAR), Gibbs minták, kódolási gyakorlat és alkalmazásai pénzügyi valamint makroökonomiai adatokra.

Irodalom:
J. H. Cochran: Time Series for Macroeconomics and Finance,
Tusnády, Ziermann: Idősorok Elemzése,
J. D. Hamilton: Time Series Analysis.

Sztochasztika szakirány

Többváltozós statisztika, BMETE95MM15, 3/0/1/v/5

Többdimenziós Centrális Határeloszlás Tétel és alkalmazásai. A statisztikában használt véletlen mátrixok (Wishart-, Wigner-mátrixok) sűrűsége, spektruma és aszimptotikus eloszlása. Sajátértékekre és szinguláris értékekre vonatkozó szeparációs tételek alkalmazása a főkomponens-, faktor-, kanonikus korreláció- és korrespondanciaanalízisben. Faktoranalízis, mint alacsony rangú reprezentáció, reprezentáció és metrikus klaszterező eljárások kapcsolata. Klasszifikációs módszerek: diszkriminanciaanalízis, hierarchikus, k-közép és gráfelméleti módszerek a klaszteranalízisben. Gráfok spektruma és becsülhető paraméterfüggvényei.

Algoritmikus modellek, tanulóalgoritmusok. EM-, ACE-algoritmus, Kaplan–Meier-becslések. Újramintavételezési eljárások: bootstrap és jackknife. Adatbányászati alkalmazások, randomizált módszerek nagyméretű problémákra. A többváltozós statisztikai módszerek használatának és angol nevezéktanának elsajátítása egy programcsomag segítségével (SPSS vagy S+), output eredmények alkalmazásorientált elemzése.

Irodalom:
Bolla, M., Krámli, A.: Theory of statistical inference (in Hungarian), Typotex, Budapest, 2005
Mardia, K. V:, Kent, J. T., Bibby, J. M.: Multivariate Analysis, Academic Press, Elsevier Science, 1979, 2003

Nemparaméteres statisztika, BMETE95MM20, 2/0/0/v/3

Sűrűségfüggvény-becslés: Eloszlásbecslés, L1 hiba. Hisztogram. Magfüggvényes becslés.

Regressziófüggvény-becslés.: Négyzetes hiba. Regbressziófüggvény. Partíciós, magfüggvényes, legközlebbi szomszéd becslés. Empirikus hibaminimalizálás.

Alakfelismerés: Hibavalószínűség. Bayes döntés. Partíciós, magfüggvényes, legközelebbi szomszéd módszer. Empirikus hibaminimalizálás.

Portfólió-stratégiák: Log-optimalitás, empirikus portfólió-stratégiák. Tranzakciós költség.

Irodalom:
L. Devroye, L. Györfi: (1985) Nonparametric Density Estimation: the, Wiley. Russian translation: Mir, 1988
L. Devroye, L. Györfi, G. Lugosi: (1996) Probabilistc Theory of Pattern Recognition, Springer, New York
L. Györfi, M. Kohler, A. Krzyzak, H. Walk: (2002) A Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression, Springer, New York

Statisztikai programcsomagok 2, BMETE95MM09, 0/0/2/f/2

A kurzus célja a statisztika modern számítógépes eszközeinek áttekintése a szükséges elméleti háttér ismertetésével.

1. SPSS használata programmódban. Felhasználói programrészletek írása. A programok outputjainak értelmezése (az ott fellépő statisztikák jelentése és angol elnevezése) és ennek megfelelően a paraméterek beállítása.

2. S+ és R programcsomag használata és az SPSS-ben nem található új algoritmikus modellek áttekintése (bootstrap, jackknife, ACE).

3. Konkrét alkalmazás: Egy konkrét adatrendszer részletes elemzése S+-ban.

Irodalom:
K. V. Mardia, J. T. Kent, M. Bibby: Többváltozós analízis, angolul, Academic Press, New York, 1979
Ketskeméty, L., Izsó, L., Bevezetés az SPSS programrendszerbe, ELTE Kiadó, Budapest, 2005
S+ vagy R Felhasználói útmutató (a programcsomaggal együtt letölthető)

Markov-folyamatok és martingálok, BMETE95MM07, 3/1/0/v/5

1. Martingálok: Ismétlés (Feltételes várható érték és toronyszabály, valószínűségi konvergencia-típusok és kapcsolataik, martingálok, megállított martingálok, Doob dekompozíció, kvadratikus variáció, maximál-egyenlőtlenségek, martingál konvergencia tételek, opcionális megállítás tétel, lokális martingálok). Martingálok konvergenciahalmazai, a négyzetesen integrálható eset. Alkalmazások (pl. Gambler's ruin, urnamodellek, szerencsejáték, Wald-azonosságok, exponenciális martingál). Martingál CHT, alkalmazások. Höffding–Azuma egyenlőtlenség és alkalmazásai (pl. utazó ügynök probléma)
2. Markov láncok: Ismétlés (definíciók, állapotok osztályozása, stacionárius eloszlás, reverzibilitás, tranziencia-(null-)rekurrencia). Elnyelési valószínűségek. Martingálok alkalmazásai, Markov-lánc CHT. Markov-láncok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-láncokra. Bolyongások és elektromos áramkörök.
3. Felújítási folyamatok: Laplace transzformált, konvolúció. Felújítási folyamat, felújítási egyenlet. Felújítási tételek, regeneratív folyamatok. Stacionárius felújítás, felújítási paradoxon. Sorbanállási alkalmazások
4. Pontfolyamatok: Pontfolyamatok definíciója. Poisson pontfolyamat egy és több dimenzióban. Poisson folyamat transzformációi (jelölés és ritkítás, transzformálás függvénnyel, alkalmazások). Poisson pontfolyamatból származtatott pontfolyamatok
5. Diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: Ismétlés (generátor, kapcsolat Markov-láncokkal, Kolmogorov előre és hátra egyenlet, állapotok osztályozása, tranziencia-(null-)rekurrencia, stacionárius eloszlás). Reverzibilitás, MCMC. Abszorbciós valószínűségek és elérési idők. Martingálok alkalmazásai (pl. ugró folyamatok kompenzátora). Markov-folyamatok és dinamikai rendszerek; ergodtételek Markov-folyamatokra. Lokálisan diszkrét állapotterű Markov-folyamatok: generátor tesztfüggvényeken

Irodalom:
Karlin, S.; Taylor, H. M.: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985 Budapest
Lindvall, T.: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
Norris, J. R.: Markov chains. Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
Resnick, S.: Adventures in Stochastic Processes. Birkhäuser Boston, 1992.
Rosenblatt, M.: Markov processes. Structure and Asymptotic Behavior. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1971.
Williams, D.: Probability with Martingales. Cambridge University Press, 1991.

Sztochasztikus differenciálegyenletek BMETE95MM08 3/1/0/v/5

Előkövetelmény:
Sztochasztikus analízis és alkalmazásai ÉS **Markov-folyamatok és martingálok**

Bevezetés, ismétlés: Ito-integrál Wiener-folyamat szerint, integrálás folytonos martingál szerint, többdimenziós sztochasztikus integrál.

Lokális idő: Egydimenziós bolyongás lokális ideje, inverz lokális idő, diszkrét Ray–Knight-tétel. Egydimenziós Brown-mozgás lokális ideje és a folytonos Ray–Knight-tétel. Tanaka-formula és alkalmazásai. Szkorohod-tükrözés, tükrözött Brown-mozgás, P. Lévy egy tétele.

Sztochasztikus differenciálegyenletek: A diffúziós alappéldák (Ornstein–Uhlenbeck, Bessel, Bessel-squared, exponenciális Brown) SDE-i. Transzformált diffúzió SDE-je. Gyenge és erős megoldások, létezés, egyértelműség, nem-egyértelműség. Peremfeltételek és az infinitezimális generátor pontos értelmezése. Sztochasztikus differenciálegyenletek alkalmazásai fizikában, populáció dinamikában, gazdaságtudományban.

Diffúziók: Alappéldák: Ornstein–Uhlenbeck-, Bessel-, Bessel-squared-folyamatok, geometriai Brown-mozgás. Diffúziók, mint sztochaszikus integrálok és mint Markov-folyamatok. Infinitezimális generátor, sztochasztikus félcsoport. A martingál-probléma. Kapcsolat parabolikus és elliptikus parciális differenciálegyenletekkel. Feynman–Kac-formula. Idő-csere és Cameron–Martin–Girszanov-formula.

Egydimenziós diffúziók sajátosságai: Skála-függvény és sebesség-mérték. Peremfeltételek egy pontban. Idő-megfordítás. Alkalmazások konkrét folyamatokra.

Speciális kiegészítő fejezetek: Brownian excursion, kétdimenziós Brown-mozgás, SLE, Markov-folyamatok additív funkcionáljai.

Irodalom:

K.L. Chung, R. Williams: Introduction to stochastic integration. Second edition. Birkauser, 1989
N. Ikeda, S. Watanabe: Stochastic differential equations and diffusion processes. 2nd edition. North Holland, 1989
K. Ito, H.P. McKean: Diffusion processes and their sample paths. Springer, 1965
J. Jacod, S.N. Shiryaev: Limit theorems for stochastic processes. Springer, 1987
S. Karlin, H.M. Taylor: A second course in stochastic processes. Academic, 1981
D. Revuz, M. Yor: Continuous martingales and Brownian motion. 3rd edition. Springer, 1999
válogatott cikkek, előadó jegyzetei

Pénzügyi folyamatok, BMETE95MM14, 2/0/0/f/3

Diszkrét modellek: optimális parkolás, stratégia kedvező és kedvezőtlen helyzetben.

Önfinanszírozó stratégiák, arbitrázsmentes piacok, teljesség. Amerikai, európai, ázsiai opciók. Ismétlés: bináris modell, martingál módszer. Diszkrét modellben nem teljes piac árazása.

Black és Scholes elmélete: martingál mérték, Itô-féle reprezentációs tétel. Black-Scholes modell alkalmazásai, megengedett stratégiák.

Tőkeárazási modellek (CAPM). Portfóliók fajtái, értékpapírpiaci egyenes, tőkepiaci egyenes, piaci egyensúly, tőkepiaci egyensúly.

Opciók árazása GARCH modellekkel. Az optimális befektetések problémája. Extrémérték elmélet, maximumok eloszlása, rekordok eloszlása.

Irodalom:

J. Michael Steele, *Stochastic Calculus and Fiancial Applications,* Springer, New York, 2001.
Barry C. Arnold, N. Balakrishnan, H. N. Nagaraja, *Records,* John Wiley and Sons, 1998.
Fritz József: Pénzügyi matematika, kézirat
előadó jegyzetei, cikkek

Határeloszlás- és nagy eltérés tételek, BMETE95MM10, 3/1/0/v/5

1. Határeloszlás-tételek: Valószínűségi mértékek és eloszlások gyenge konvergenciája Feszesség: Helly-Prohorov-tétel. Határeloszlás-tételek puszta kézzel: Tükrözési elv alkalmazása bolyongásra: Paul Lévy arcussinus tételei, maximum, lokális idő és első elérések határeloszlása. Független és azonos eloszlású valószínűségi változók maximumának határeloszlása, extremális eloszlások. Határeloszlás-tétel a szelvénygyűjtő (coupon collector) problémájára. Határeloszlás-tétel bizonyítása momentum-módszerrel. Határeloszlás-tétel bizonyítása karakterisztikus függvény módszerével. Lindeberg-tétel alkalmazásai. Erdős–Kac-tétel: CHT a prímosztók számára. Stabilis eloszlások. Szimmetrikus stabilis eloszlások karakterisztikus függvényeinek jellemzése. Konvergencia szimmetrikus stabilishoz. Alkalmazások. Általános (nem szimmetrikus) stabilis eloszlás karakterisztikus függvényének jellemzése, ferdeség. Határeloszlás-tétel nem szimmetrikus esetben.

Korlátlanul osztható eloszlások: Lévy–Hincsin-formula, Lévy-mérték. Poisson pont folyamatok és kapcsolatuk korlátlanul osztható eloszlásokkal. Korlátlanul osztható eloszlások mint széria-sorozatok határeloszlása. Alkalmazások.

Lévy-folyamatok – bevezetés: Lévy–Hincsin formula és a folyamatok felbontása. Pozitív (növekvő, szubordinátor) és korlátos változású Lévy-folyamatok. Stabilis folyamatok. Példák és alkalmazások.

2. Nagy eltérés tételek: Bevezetés: Ritka események és nagy eltérések, nagy eltérés elv (LDP), nagy eltérések számolása puszta kézzel (Stirling-formulával).

Kombinatorikus módszerek: Típusok módszere, Szanov-tétel véges abc-re.

Nagy eltérés tételek véges dimenzióban: Bernstein-egyenlőtlenség, Chernov-korlát. Cramer-tétel. Konvex analízis elemei, konvex konjugálás véges dimenzióban, Cramer tétel R^d-ben. Gartner–Ellis-tétel. Alkalmazások: nagy eltérés tételek bolyongásokra, véges állapotterű Markov-láncok trajektóriájának empirikus eloszlására, statisztikai alkalmazások.

Általános elmélet: Nagy eltérés elvek általában. Kontrakciós elv és Varadhan-lemma. Nagy eltérések topologikus vektorterekben, függvényterekben, absztrakt konvex analízis. Alkalmazások: Schilder-tétel, Gibbs feltételes mérték és statisztikus fizika elemei.

Irodalom:
A. Dembo, O. Zeitouni: Large deviation techniques and application. Springer, 1998
R. Durrett: Probability: theory and examples. Second edition. Duxbury, 1996
B.V. Gnedenko, A.N. Kolmogorov: Független valószínűségi változók összegeinek határeloszlásai
W. Feller: An introduction to probability theory and its applications. Vol.2. Wiley, 1970
D.W. Stroock: An introduction to the theory of large deviations. Springer, 1984
S.R.S. Varadhan: Large deviations and applications. SIAM Publications, 1984
D. Williams: Probability with martingales. Cambridge UP, 1990
Cikkek, előadók jegyzetei

Sztochasztikus modellek, BMETE95MM11, 2/0/0/f/2

Csatolásos módszerek (sztochasztikus dominancia, val. változók és folyamatok csatolásai, példák: átjárhatóság duális gráffal, optimalizálási problémák, kombinatorikus valószínűségi feladatok). Perkoláció (definíciók, korrelációs egyenlőtlenségek, dualitás, kontúr módszerek). Erősen függő perkoláció: Winkler perkoláció, kompatibilis 0-1 sorozatok. Statisztikus fizika alapjai (Gibbs mérték, néhány alapmodell). Kártyakeverések (teljesen kevert pakli, hányszor kell egy paklit megkeverni?). Véletlen gráfmodellek (Erdős–Rényi, Barabási–Albert; alapjelenségek). Bolyongások változatai: scenery reconstruction, self-avoiding és self-repelling bolyongás, loop-erased bolyongás, bolyongás véletlen közegben. Sorbanállási modellek és azok alaptulajdonságai; stacionárius eloszlás és reverzibilitás, Burke-tétel; sorbanállási rendszerek. Kölcsönható részecskerendszerek (simple exclusion tóruszon és végtelen rácson, egyensúlyi eloszlás, Palm-eloszlások, csatolások, egyéb rendszerek). Folytonos idejű Markov-folyamatok grafikus konstrukciója (Yule modell, Hammersley folyamat, részecskerendszerek). Önszervező kritikusság: homokszem-modellek (konstrukció kérdései, a dinamika kommutatív tulajdonsága, egyensúly véges térfogatban, korreláció hatványlecsengése). Stacionárius folyamatok lineáris elmélete: erősen és gyengén stacionárius folyamatok, spektrális tulajdonságok, autoregressziós és mozgó átlag folyamatok. Idősorok elemzése, hosszúmemóriájú folyamatok. Kockázati folyamatok modelljei.

Irodalom (válogatott fejezetek az alábbi – és további – művekből):
Grimmett, G.: Percolation. Springer-Verlag, Berlin, 1999.
Liggett, T.: Interacting Particle Systems. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
Lindvall, T.: Lectures on the Coupling Method. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.
Thorisson, H.: Coupling, Stationarity, and Regeneration. Springer-Verlag, New York, 2000.
Walrand, J.: An Introduction to Queueing Networks. Prentice Hall 1988
Werner, W.: Lectures on Two-dimensional Critical Percolation, http://arxiv.org/abs/0710.0856

Werner, W.: Random Planar Curves and Schramm–Loewner Evolutions, http://arxiv.org/abs/math/0303354
Zeitouni, O.: Lecture Notes on Random Walks in Random Environment, XXXI summer school in probability, St Flour, France, Volume 1837 of Springer's Lecture notes in Mathematics

Haladó dinamikai rendszerek, BMETE95MM12, 2/0/0/f/2

Szubadditív és multiplikatív ergodtételek. Lyapunov exponensek. Mértéktartó leképezések spektrális tulajdonságai. Shadowing lemma. Markov felbontások és konstrukcióik egyenletesen hiperbolikus rendszerekre. Perron–Frobenius operátor és spektruma. Doeblin–Fortet egyenlőtlenség. Hiperbolikus dinamikai renszerek sztochasztikus tulajdonsaágai. Kolmogorov–Sinai entrópia. Ornstein izomofia tétele (bizonyítás nélkül).

Irodalom:
M. Pollicott: Lectures on Ergodic thepry and Pesin Theory on compact manifolds, CUP, 1993
R. Bowen: Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. Springer LNM 470, 1975
M. Brin-G. Stuck: Introduction to Dynamical Systems. CUP, 2002

Egyéb közös tárgyak

Témalabor 1, 2, BMETE92MM01, 0/0/4/f/4, BMETE92MM02 0/0/4/f/4

A tárgy keretében a hallgató külső témavezető által meghirdetett, alkalmazás orientált sztochasztikus matematikát alkalmazó témán dolgozik, a témavezető irányításával. Minden félév végén beszámolót készít a hallgató az eredményeiről, melyet előadás formájában a társainak bemutat. A tárgy során begyakorolandó tevékenységek: irodalmazás, modellezés, számítógéppel segített feladatmegoldás, matematikai problémamegoldás.

Matematikai modellalkotás szeminárium 1, 2
BMETE95MM01, 2/0/0/f/1 BMETE95MM02, 2/0/0/f/1

A szeminárium célja rendszeres fórumot biztosítani alkalmazott matematikai eredmények, modellek és problémák bemutatására, és ezzel elősegíteni

(i) a Matematika Intézeten belül és szélesebb körben is, az alkalmazott matematikai ismeretek és kultúra elterjesztését;

(ii) fejleszteni egyfelől a Matematika Intézet oktatói és diákjai, másfelől más intézmények, intézetek (a BME több tanszékét, intézetét is ideértve), cégek, vállalatok matematika iránt fogékony munkatársaival való kapcsolattartást, együttműködést.

A szemináriumra hétről hétre meghívunk egy-egy előadót, aki a munkája során felmerülő matematikai problémáról beszél. Általában két típusú előadó van: matematikus, aki alkalmazott matematikusként dolgozik, illetve nem matematikus, de munkája során matematikai problémák merülnek fel. A korábbi évek gyakorlatához hasonlóan széles palettát kívánunk nyújtani a témákat illetően; előadókat hívunk meg a BME különböző tanszékeiről, a SZTAKI-ból, bankokból, a távközlés területéről, és egyéb piaci cégtől (bővebben lásd a szeminárium honlapján:

www.math.bme.hu/~gnagy/mmsz/mmsz.htm).

A hallgatóinknak előírjuk a matematikai modellalkotás szeminárium látogatását, hogy ezzel is plasztikus képet nyerjenek szakmájuk lehetséges alkalmazásairól. A szeminárium előadásai általában érthetőek lesznek ezen hallgatóink számára, akik ekkor már túl vannak az igen sokoldalú alapképzésen. Alkalmazott matematikai témáknál természetesen különösen fontos a problémafelvetés motivációja, a modellalkotás bemutatása és annak illusztrálása, a javasolt megoldás mennyire segít a felmerült problémában. Az előadások után a hallgatóknak lehetőségük van kérdéseikkel további ismereteket szerezni a bemutatott témáról, illetve az előadó munkásságáról.

Az előadások egy másik célja, hogy az érdeklődő hallgatók esetleg valamilyen formában bekapcsolódhatnának a munkába, ezzel is elősegítve a hosszabbtávú érvényesülésüket, hogy az egyetem elvégzése után könnyebben jussanak álláslehetőséghez.

Diplomamunka

Beszámoló, BMETE90MM90, 0/0/0/a/0

A tárgyat akkor tekintjük teljesítettnek (aláírás akkor adható), ha

– a hallgató a felvételi során megkövetelt alapképzésbeli tárgyak elvégzésével az előírt legalább 65 kreditet teljesítette.

– a hallgatónak van elfogadott diplomatémája és témavezetője.

Diplomamunka előkészítés, BMETE90MM98, 0/2/0/f/5

Előkövetelmény: **Beszámoló**

A diplomamunka a matematikushallgatóknak a témavezető irányításával elért önálló kutatási, kutatás-fejlesztési eredményeit tartalmazó írásbeli beszámoló (dolgozat).

A Diplomamunka 1 tárgy keretében a hallgató összegyüjti mindazokat az információkat és matematikai eredményeket, amelyek a diplomamunka megírásához szükségesek.

Diplomamunka-készítés, BMETE90MM99, 0/8/0/zv/15

Előkövetelmény: **Diplomamunka előkészítés**

A tárgy keretében a hallgató megírja a diplomamunkáját.

A hallgató a dolgozatban mutassa be a vizsgált témát, fejtse ki a problémákat, és részletesen ismertesse eredményeit. A munkának a matematikus tanulmányok ismeretanyagára kell épülnie és a szerző önálló, saját munkája legyen.

A diplomamunkának arról kell tanúskodnia, hogy a hallgató az egyetemi tanulmányai során szerzett matematikai ismereteit, képességeit a gyakorlati életben vagy az elméleti kutatásokban egy több hónapra kiterjedő munka folyamán önállóan tudja alkalmazni oly módon, hogy a megoldandó problémát felismeri, a megoldáshoz vezető út nehézségeivel megbirkózik, a megfelelő színvonalú megoldást megtalálja, és azt mások számára érthetően leírja. A dolgozat legyen tömör, de a témában nem járatos matematikus olvasó számára is érthető.

A Diplomamunka-készítés tantárgy aláírását a témavezető vagy kari bíráló bizottság, külső témavezető esetén a belső konzulens vagy kari bíráló bizottság adja, érdemjegyét – a beadott és elbírált diplomamunka alapján – a záróvizsga bizottság állapítja meg.

A záróvizsga két részből áll:

1. A hallgató a záróvizsga első részében ismerteti diplomamunkáját, válaszol a témavezető, a bíráló, illetve a Záróvizsga Bizottság által feltett kérdésekre, kifogásokra, hozzászólásokra. A diplomamunka osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembevételével a Záróvizsga Bizottság állapítja meg.

2. A záróvizsga második részében a hallgató szóbeli vizsgát tesz az általa választott záróvizsga témakörökből, amelyek megfelelnek a matematika nagy szakterületeinek. Ezek tematikáját a Matematikus Szakbizottság hagyja jóvá.

A záróvizsga menetének szabályai és követelményei az Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában, illetve Képzési Kódexében vannak rögzítve.

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR VEZETÉSE ÉS HALLGATÓI KÉPVISELETE

A Dékáni Hivatalának címe:	1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3. K. épület I. em. 18.
Dékán:	DR. PIPEK JÁNOS egyetemi docens
Dékánhelyettesek:	
Gazdasági:	DR. LÁNGNÉ DR. LÁZI MÁRTA egyetemi docens
Nemzetközi és tudományos:	DR. KÁROLYI GYÖRGY egyetemi tanár
Oktatási:	DR. VETIER ANDRÁS egyetemi docens
Dékáni Hivatal:	
Hivatalvezető:	ADAMIS-SZÉL VIKTÓRIA
Titkárság:	Telefon: 463-3561, Fax: 463-3560
Gazdasági csoport:	Telefon: 463-3756
Tanulmányi csoport:	Telefon: 463-1919
Kari Hallgatói Képviselet	
Elnök:	KETTINGER ÁDÁM
Cím:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11., Kármán Tódor Kollégium
Telefon:	06-20-435-2482
E-mail:	hk@wigner.bme.hu
Web:	http://hk.wigner.bme.hu
Kari lap: *Pikkász:*	
Főszerkesztő:	HÉRICZ DALMA
Szerkesztőség:	1111 Budapest, Irinyi J. u. 9-11., Kármán Tódor Kollégium
E-mail:	pikkasz@wigner.bme.hu
Web:	http://karilap.blogspot.com

A TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR INTÉZETEI ÉS TANSZÉKEI

Fizikai Intézet – igazgató: DR. MIHÁLY GYÖRGY akadémikus, egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Atomfizika Tanszék – tanszékvezető: DR. RICHTER PÉTER egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 44.
Telefon: 463-4193, Fax: 463-4194

Elméleti Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. SZUNYOGH LÁSZLÓ egyetemi tanár
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., mf. 5.
Telefon: 463-4107, Fax: 463-3567

Fizika Tanszék – tanszékvezető: DR. HALBRITTER ANDRÁS egyetemi docens
1111 Budapest, Budafoki út 8. F épület, III. lh., II. em. 16.
Telefon: 463-2312, Fax: 463-4180

Kognitív Tudományi Tanszék – tanszékvezető: DR. RACSMÁNY MIHÁLY egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. T épület, V. em. 506.
Telefon: 463-1273, Fax: 463-1072

Matematika Intézet – igazgató: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, III. em. 312.
Telefon: 463-2762, Fax: 463-2761

Algebra Tanszék – tanszékvezető: DR. RÓNYAI LAJOS akadémikus, egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 504.
Telefon: 463-2094, Fax: 463-1780

Analízis Tanszék – tanszékvezető: DR. HORVÁTH MIKLÓS egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 25.
Telefon: 463-2324, Fax: 463-3172

Differenciálegyenletek Tanszék – tanszékvezető: DR. ILLÉS TIBOR egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, IV. em. 42.
Telefon: 463-2140, Fax: 463-1291

Geometria Tanszék – tanszékvezető: DR. G. HORVÁTH ÁKOS egyetemi docens
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, II. em. 22.
Telefon: 463-2645, Fax: 463-1050

Sztochasztika Tanszék – tanszékvezető: DR. SIMON KÁROLY egyetemi tanár
1111 Budapest, Egry József utca 1. H épület, V. em. 507.
Telefon: 463-1101, Fax: 463-1677

Nukleáris Technikai Intézet – igazgató: DR. ASZÓDI ATTILA egyetemi tanár
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Atomenergetika Tanszék – tanszékvezető: DR. SZALÓKI IMRE egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954

Nukleáris Technika Tanszék – tanszékvezető: DR. CZIFRUS SZABOLCS egyetemi docens
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 7-9. R épület, III. em. 317/2/B
Telefon: 463-2523, Fax: 463-1954